



REGIÃO AUTÓNOMA DOS AÇORES
SECRETARIA REGIONAL DE HABITAÇÃO E EQUIPAMENTOS
LABORATÓRIO REGIONAL DE ENGENHARIA CIVIL
DIVISÃO DE MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO E ESTRUTURAS

**ESTUDOS DE COMPOSIÇÃO DE BETÕES POR MÉTODOS
SEMI-ANALÍTICOS E POR MÉTODOS NUMÉRICOS**

Relatório 36/98

Trabalho desenvolvido no Estágio
da Eng. Vidália Miranda
no Domínio dos Materiais de Construção
e orientado pelo
Eng. Mário Rouxinol Fragoso

Ponta Delgada, Abril de 1998

510

691.32
11646.2

ESTUDOS DE COMPOSIÇÃO DE BETÕES POR MÉTODOS SEMI-ANALÍTICOS E POR MÉTODOS NUMÉRICOS

RESUMO

Apresenta-se neste trabalho o cálculo da composição de betões através do método semi-analítico e do método numérico baseados no método de Faury.

Começa-se por apresentar as características físicas dos inertes do betão assim como a definição das características que o betão deve apresentar segundo a NP ENV 206.

A determinação da composição do betão através do método semi-analítico utiliza uma técnica de construção gráfica com o objectivo de ajustar as curvas granulométricas das várias classes dos inertes à curva de referência de Faury. No método numérico o cálculo da composição do betão é efectuado através da resolução de um sistema de equações.

Baseado nos métodos anteriormente referidos, desenvolveu-se um programa de cálculo automático que, sumariamente, se apresenta.

Tendo por objectivo a aplicabilidade dos dois métodos que neste trabalho são objecto de estudo, apresentam-se exemplos de cálculo da composição de betões.

Finalmente, apresenta-se as principais conclusões assim como algumas sugestões a desenvolver em trabalhos futuros.

CONCRETE MIX DESIGN BY SEMI-ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS

ABSTRAT

In this report, the mix design of concrete is presented by semi-analytical and numerical methods, both of them with root in Faury method.

The physicals characteristics of the inerts is presented first, as well as the definition of the characteristics which the concrete must to exhibit in agreement with NP ENV 206.

The mix design of concrete by semi-analytical methods uses the technique of a graphic construction, with the objective to adjust the dimensions curves of the inerts with the Faury reference curve. In the numeric method, the mix design of concrete is realised by the resolution of one system of equations which dimension depends in the number of concrete's inerts.

The computer program that were developed is succinctly presented, which take into account the methods refereed before.

An example of mix design of concrete is expounded to exhibit the applicability of two methods which were presented in this report.

To conclude this work, the main conclusions are presented as well as some suggestions to develop in future work.

AGRADECIMENTOS

Pretendo manifestar os meus sinceros e profundos agradecimentos às pessoas que estiveram ligadas, quer duma forma directa ou indirecta, ao presente trabalho.

Ao Mestre Mário Rouxinol Fragoso que acompanhou-me cientificamente ao longo deste trabalho transmitindo-me conhecimentos, apoios e incentivos, tendo despendido, ainda, grande tempo do seu trabalho perante a sua escassa disponibilidade. A sua orientação foi de tal modo importante que sem ela, este trabalho não teria sido desenvolvido.

Ao Laboratório Regional de Engenharia Civil, na pessoa do seu Director Eng. Carlos Fraga, por permitir a realização do meu estágio.

Por último, à minha família pelo grande apoio que prestaram e ao Filipe que, apesar da distância, ajudou-me profundamente no presente trabalho através da sua calma, apoio, incentivo e interesse, pois esteve sempre a par do ponto de situação do presente trabalho.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	8
2. CARACTERIZAÇÃO FÍSICA DOS COMPONENTES DO BETÃO	12
2.1 Análises granulométricas, máximas dimensões e módulos de finura dos inertes	12
2.2 Determinação das massas volúmicas das partículas dos inertes	12
2.3 Determinação da absorção de água dos inertes	13
3. DEFINIÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DO BETÃO DE ACORDO COM A NP ENV 206	15
4. CÁLCULO DA COMPOSIÇÃO DE BETÕES	16
4.1 Método semi-analítico de Faury	16
4.2 Método numérico	23
5. A IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DA COMPOSIÇÃO DE BETÕES	27
5.1 O programa de cálculo automático CCB98	27
5.2 Manual de utilização do PCA-CCB98	29
5.3 Calibração do programa	31
6. EXEMPLOS DE CÁLCULO DA COMPOSIÇÃO DE BETÕES	34
6.1 Características físicas dos componentes do betão	34
6.2 Cálculo por via semi-analítica	35
6.3 Cálculo por via numérica	46
7. CONTROLE DO BETÃO	47
7.1 Controle laboratorial	47
7.2 Controle em obra	48
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	51
ANEXO I - LISTAGENS DO PCA-CCB98	52
I.1 - Ficheiro de entrada de dados do cálculo	53
I.2 - Ficheiro de escrita de resultados intermédios do cálculo	54
I.3 - Ficheiro de escrita de dados e resultados do cálculo	57

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro I - Valores dos parâmetros A e B da curva de Faury segundo Coutinho (Coutinho, 1988)	18
Quadro II - Valores do volume de vazios do betão segundo Coutinho (Coutinho, 1988)	21
Quadro III - Modelo padrão do ficheiro de dados do PCA-CCB98	30
Quadro IV - Análises granulométricas dos inertes	32
Quadro V - Massas volúmicas dos componentes do betão	32
Quadro VI - Características físicas dos inertes	32
Quadro VII - Comparação dos resultados obtidos pelos três processos	33
Quadro VIII - Análise granulométrica da brita 3	35
Quadro IX - Análise granulométrica da brita 2	35
Quadro X - Análise granulométrica da brita 1	36
Quadro XI - Análise granulométrica do pó de pedra	36
Quadro XII - Máximas dimensões e módulos de finura dos inertes	38
Quadro XIII - Massas volúmicas dos componentes do betão	38
Quadro XIV - Absorção de água dos inertes	38
Quadro XV - Coordenadas representativas da curva de Faury	39
Quadro XVI - Percentagem relativa dos componentes sólidos do betão	40
Quadro XVII - Percentagem relativa dos inertes e do cimento	40
Quadro XVIII - Valores necessários à determinação do módulo de finura da mistura dos componentes sólidos	42
Quadro XIX - Valores necessários à determinação do módulo de finura da nova mistura	42
Quadro XX - Curva real de betão	43
Quadro XXI - Percentagem centesimal dos inertes	45
Quadro XXII - Peso dos componentes por metro cúbico de betão	46
Quadro XXIII - Peso dos componentes para uma amassadura de 35 litros	46
Quadro XXIV - Resultados dos ensaios da trabalhabilidade do betão	47
Quadro XXV - Resistência do betão	48

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1 - Representação esquemática da curva de Faury	17
Fig. 2 - Representação esquemática da construção gráfica (situação 1)	19
Fig. 3 - Representação esquemática da construção gráfica (situação 2)	20
Fig. 4 - Representação esquemática da construção gráfica (situação 3)	20
Fig. 5 - Representação esquemática do ajustamento da curva real de betão à curva de Faury	22
Fig. 6 - Representação esquemática dos vários troços da curva de Faury	23
Fig. 7 - Curvas granulométricas dos inertes	37
Fig. 8 - Representação da construção gráfica	41
Fig. 9 - Curva de referência de Faury e curva real de betão	44
Fig. 10 - Curvas granulométricas dos inertes	59
Fig. 11 - Curva de Faury e curva real de betão	60

ESTUDOS DE COMPOSIÇÃO DE BETÕES POR MÉTODOS SEMI-ANALÍTICOS E POR MÉTODOS NUMÉRICOS

1. INTRODUÇÃO

A determinação da composição dum betão pode ser definida, de forma simples, como o modo de seleccionar os vários componentes do betão e determinar as respectivas quantidades, de modo a que na mistura final do betão se garanta determinadas características mínimas, tais como a resistência mecânica, a durabilidade e a trabalhabilidade (Fragoso, 1985). Às características anteriores, deve-se também conjugar o factor económico tentando minimizar os custos envolvidos.

O cálculo da composição de betões pode ser efectuado por diversos métodos que se podem resumir, fundamentalmente, em três: o método das misturas experimentais; os métodos das curvas de referência e; o método das composições pré-estabelecidas.

No que se refere ao primeiro método, este consiste em procurar, por tentativas experimentais, a mistura que proporcione um betão com uma trabalhabilidade e resistência mecânica adequadas e que, ao mesmo tempo, seja a solução economicamente mais viável. Este procedimento, é bastante corrente na Indústria da

Construção Civil quando por vezes o *know how* do cálculo da composição de betões é inexistente. Apesar deste método constituir uma via simples para se obter um betão, pode no entanto levar algum tempo para se determinar a composição desejada, uma vez que qualquer uma das composições fabricadas nestas condições, terá de ser sempre testada não havendo, à partida, garantias de que a composição realizada seja a pretendida.

Em relação aos métodos das curvas de referência, o objectivo consiste em ajustar as curvas granulométricas das várias classes dos inertes com a curva granulométrica de referência considerada óptima. A curva óptima é definida em função dos conceitos teóricos desenvolvidos por investigadores que trabalharam neste domínio, podendo-se destacar, e a título de exemplo, as curvas de Faury, de Bolomey e de Joisel. As técnicas associadas aos métodos das curvas de referência têm-se mostrado bastante eficientes do ponto de vista prático, uma vez que conjugam bastante bem o factor tempo, o estado da composição desejada e, conjuntamente, acaba por não originar um grande desvio de custo da composição quando comparado com o método das misturas.

Por último, e em relação ao método das composições pré-estabelecidas, cujo objectivo é indicar as quantidades dos diversos componentes do betão que previamente se encontram normalizados tendo por fim a obtenção dum betão com características estipuladas, esta metodologia só é possível em países que têm os seus inertes normalizados como por exemplo os Estados Unidos da América, a Grã-Bretanha, a Alemanha, etc.

Perante os métodos citados anteriormente, e atendendo às vantagens e desvantagens de cada um deles, decidiu-se optar pelos métodos das curvas de referência por razões óbvias. A questão está em decidir-se, dentro dos métodos que utilizam as curvas de referência, qual o método a escolher. Enquanto que no método de Bolomey o efeito de parede preconizado por Caquot não é tido em consideração, o método de Joisel tem em atenção este fenómeno e ainda a compacidade dos diversos inertes intervenientes no betão. A prática tem demonstrado que a determinação da compacidade dos inertes não é uma condição imperativa para se obter uma boa compacidade da mistura. Por esta razão, o método preconizado por Faury tem tido uma larga divulgação no País, constituindo, de certa forma, uma tradição no cálculo da composição de betões.

A grande desvantagem do método de Faury consiste no tempo que se torna necessário despendar para efectuar a construção gráfica inerente ao método. Esta dificuldade foi ultrapassada pela primeira vez por Fragoso (Fragoso, 1985), através da implementação computacional por via numérica do método de Faury, tendo ficado disponível para o cálculo da composição de betões no LREC, o programa de cálculo automático PCA10-CACOBÉ.

O presente trabalho pretende exprimir, de uma forma explícita e concisa, os conceitos teóricos e práticos envolvidos no estudo da composição de betões pelos métodos semi-analítico e numérico. Em relação ao método semi-analítico, vulgarmente conhecido pelo método de Faury, o objectivo consiste no ajustamento gráfico das curvas granulométricas dos inertes à curva de referência de Faury. O método numérico baseado no método de Faury consiste na montagem e resolução de um sistema de equações que traduz, essencialmente, a obrigatoriedade da correspondência do módulo de finura da mistura com os sucessivos módulos de finura dos vários troços da curva de Faury.

O método numérico, descrito anteriormente, foi utilizado no programa de cálculo automático PCA-CCB98 que foi desenvolvido neste trabalho devido à necessidade de melhoramento do programa de cálculo automático PCA10-CACOBÉ existente no LREC. Os principais objectivos a atingir consistiram no modo de tornar o PCA10-CACOBÉ numa ferramenta mais prática e fiável no cálculo da composição de betões. Os melhoramentos introduzidos no programa assentam, essencialmente, no modo de introdução dos dados, na apresentação de todos os resultados dos cálculos intermédios, na escrita dos dados e resultados e, finalmente, na representação gráfica das curvas mais relevantes do cálculo da composição de betões.

O programa foi escrito na linguagem FORTRAN 77 pelo facto de ser a linguagem de programação que melhor permite uma continuação do trabalho agora desenvolvido. Num futuro próximo, o PCA-CCB98 poderá ser melhorado no âmbito de solucionar o problema físico resultante de maus condicionamentos do sistema de equações interveniente no método. Do ponto de vista prático, os maus condicionamentos originam percentagens relativas negativas para alguns inertes que se pretendiam ver incorporados na composição do betão mas, tal pretensão não é possível por via numérica.

Ao longo deste relatório, os diversos conceitos implícitos ao cálculo da composição de betões encontram-se desenvolvidos em oito secções deste trabalho.

Assim, na secção 2 apresenta-se a definição das características físicas dos inertes assim como os ensaios necessários à determinação das referidas grandezas. Definidas as características físicas dos inertes, torna-se necessário especificar as características do betão de acordo com a NP ENV 206. Estas características apresentam-se na secção 3 e agrupam-se nas classes de exposição, de resistência mecânica e de trabalhabilidade do betão.

Após a definição dos dados do cálculo da composição de betões de acordo com as secções 2 e 3, na secção 4 apresentam-se os dois métodos do cálculo da composição de betões tratados neste trabalho nomeadamente o método semi-analítico de Faury e o método numérico baseado no método de Faury.

Na secção 5 apresenta-se o cálculo da composição de betões através do programa de cálculo automático PCA-CCB98 onde se insere o modo de utilização do programa e as calibrações efectuadas ao mesmo.

Para uma melhor consolidação de todos os conceitos referidos ao longo do trabalho, apresenta-se na secção 6 um exemplo de cálculo da composição dum betão pelo método semi-analítico de Faury e pelo programa de cálculo automático PCA-CCB98.

Na secção 7 indica-se o modo de controlo do betão, quer em laboratório quer em obra.

Finalmente, na secção 8, apresenta-se as principais conclusões a extrair de todo o trabalho aqui desenvolvido.

2. CARACTERIZAÇÃO FÍSICA DOS COMPONENTES DO BETÃO

Para o cálculo da composição de betões é necessário determinar as seguintes características físicas de cada classe de inertes:

- Granulometrias, máximas dimensões e módulos de finura;
- Massas volúmicas e;
- Absorções de água.

A determinação das características dos inertes acima referidas, é realizada em laboratório através dos ensaios que se descrevem a seguir.

2.1 Análises granulométricas, máximas dimensões e módulos de finura dos inertes

As análises granulométricas dos inertes são determinadas segundo a NP 1379-1976 e a especificação LNEC E 245-1971. O objectivo deste ensaio consiste na determinação da distribuição das percentagens das partículas dos inertes por uma série de dimensões normalizadas, materializadas pela abertura das malhas dos diversos peneiros.

O modo de execução do ensaio resume-se na peneiração do inerte seco através da série de peneiros de malha com abertura decrescente e na pesagem das partículas do inerte retidas em cada peneiro.

As máximas dimensões dos inertes e os respectivos módulos de finura obtêm-se a partir dos resultados das análises granulométricas dos inertes. Por definição, a máxima dimensão de um inerte é a menor abertura da malha do peneiro, pertencente à série de peneiros utilizados na análise granulométrica desse inerte, através da qual passa, no mínimo, 90% da massa do inerte.

O módulo de finura de um inerte é o somatório das percentagens acumuladas que ficam retidas em cada peneiro da série normal a dividir por 100. A série normal inicia-se no peneiro que tem uma malha de abertura 0,149 mm e prolonga-se, segundo uma progressão geométrica de razão 2, até à máxima dimensão do inerte.

2.2 Determinação das massas volúmicas das partículas dos inertes

Para o cálculo da composição de betões apenas interessa a determinação das massas volúmicas dos inertes saturados com a superfície seca, uma vez que os

poros dos inertes, nestas condições, não interferem na água da amassadura. A massa volúmica define-se pelo quociente da massa do inerte saturado pela soma do volume do material das partículas e dos seus poros. Esta grandeza é determinada segundo a NP 581-1969 para os inertes grossos, enquanto que para os inertes finos é determinada segundo a NP 954-1973 e a especificação LNEC E 242-1971.

Para a determinação da massa volúmica dos inertes grossos é necessário determinar as seguintes massas:

- Massa do provete saturado com a superfície seca (m_1);
- Massa do provete imerso (m_2) e;
- Massa volúmica da água à temperatura que se realizou o ensaio (ρ).

Assim sendo, a massa volúmica do inerte grosso $MVIG$, é dada pela seguinte expressão

$$MVIG = \frac{m_1}{m_1 - m_2} \times \rho \quad (2.1)$$

Na determinação da massa volúmica dos inertes finos é utilizado o método do balão. Nesta sequência, a massa volúmica dos inertes finos $MVIF$, é dada pela seguinte expressão

$$MVIF = \frac{p_1}{p_1 + m_1 - m_2} \quad (2.2)$$

sendo:

- p_1 - massa da amostra saturada com a superfície seca;
- m_1 - massa do balão cheio de água e;
- m_2 - massa do balão com a amostra saturada e cheio de água.

2.3 Determinação da absorção de água dos inertes

Durante a realização dos ensaios para a determinação das massas volúmicas dos inertes deve-se, também, proceder aos ensaios de absorção de água, uma vez que as normas e especificações são as mesmas.

A absorção de água define-se pela percentagem de água absorvida pelos inertes durante 24 horas de imersão em relação à massa do inerte seco. Deste modo, a absorção de água A , é dada por

$$A = \frac{m_1 - m_3}{m_3} \times 100 \quad (2.3)$$

sendo:

m_1 - massa do provete saturado e;
 m_3 - massa do provete seco.

3. DEFINIÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DO BETÃO DE ACORDO COM A NP ENV 206

O estudo da composição de betões implica, pelo menos, a especificação das seguintes características do betão:

- Classe de exposição;
- Trabalhabilidade e;
- Classe de resistência mecânica.

Por razões de durabilidade é necessário definir a classe de exposição do betão, segundo o quadro 2 da NP ENV 206. Nesta sequência, surge um limite superior para a relação A/C e um limite inferior para a dosagem de cimento. Estes limites são expressos no quadro 3 da referida norma em função da aplicabilidade do betão e da classe de exposição do mesmo.

A trabalhabilidade do betão pode ser determinada pelos seguintes ensaios:

- Ensaio de abaixamento, de acordo com a NP 87;
- Ensaio Vêbê, de acordo com a especificação LNEC E 228;
- Ensaio de compactação, de acordo com a ISO 4111 e;
- Ensaio de espalhamento, de acordo com a NP 414.

A classificação da trabalhabilidade do betão é feita de acordo com a ISO 4103, sendo expressa na NP ENV 206 através dos quadros 4, 5, 6 e 7.

Em relação à classe de resistência mecânica do betão à compressão e de acordo com a NP ENV 206, o betão é designado pela letra C, proveniente da designação do betão em inglês *concrete*, seguida de dois valores que correspondem ao valor característico da tensão de rotura à compressão do betão aos 28 dias de idade referente a provetes cilíndricos ou cúbicos.

4. CÁLCULO DA COMPOSIÇÃO DE BETÕES

Os métodos que neste trabalho são utilizados para o cálculo da composição de betões, dizem respeito ao método semi-analítico de Faury e ao método numérico desenvolvido por Fragoso (Fragoso, 1985) e baseado no método de Faury.

Enquanto que no primeiro método existe a necessidade de ajustar graficamente a curva real do betão à curva de Faury, no segundo, a curva real do betão é determinada através da resolução de um sistema de equações. Nas subsecções seguintes descreve-se, pormenorizadamente, os métodos anteriormente referidos.

4.1 Método semi-analítico de Faury

O método semi-analítico de Faury, vulgarmente conhecido pelo método de Faury, constitui o método mais tradicional de cálculo da composição de betões em Portugal. Este método resume-se a uma construção gráfica baseada em determinadas regras que permite o ajustamento das curvas granulométricas dos inertes à curva de referência de Faury incluindo o cimento. Como a construção, acima citada, só contempla as extremidades das curvas granulométricas dos inertes, surge então a necessidade de ajustar as percentagens dos inertes, determinadas por esta construção gráfica, através da igualdade do módulo de finura da curva da mistura com o módulo de finura da curva de Faury.

Após a determinação experimental das curvas granulométricas dos inertes, de acordo com a secção 2.1, procede-se à determinação da curva de Faury. Esta é constituída por dois segmentos de recta cujas ordenadas são expressas em percentagem do material que passa nos diversos peneiros e as abcissas são proporcionais à raiz quinta das aberturas das malhas dos peneiros. A fig. 1 ilustra a representação esquemática da curva de Faury.

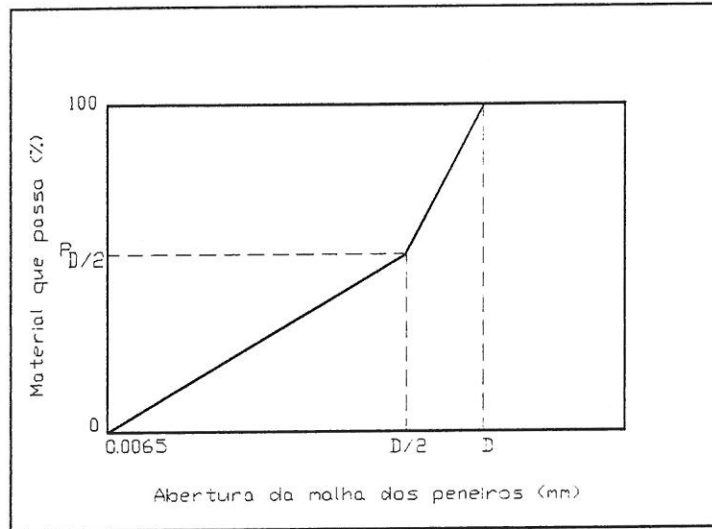


Fig. 1 - Representação esquemática da curva de Faury

A primeira abcissa da curva de Faury toma o valor de 0.0065 mm devido à suposição de que esta é a menor dimensão das partículas dos componentes sólidos do betão, enquanto que a máxima dimensão do inerte mais grosso do betão D , determinada de acordo com a secção 2.1, corresponde à abcissa máxima desta curva. A ordenada da curva de Faury no ponto de abcissa 0.0065 mm toma o valor 0 %, enquanto que o valor da ordenada da referida curva no ponto de abcissa máxima assume o valor de 100 %. A ordenada do ponto de união dos dois segmentos de recta que constituem a curva de Faury (ver fig. 1), cuja ordenada é $P_{D/2}$, corresponde à abcissa $D/2$ e é dada por

$$P_{D/2} = A + 17 \times \sqrt[3]{D} + \frac{B}{\frac{R}{D} - 0.75} \quad (4.1)$$

sendo:

- D - máxima dimensão do inerte mais grosso do betão;
- A - parâmetro de trabalhabilidade da curva de Faury;
- B - parâmetro de compacidade da curva de Faury e;
- R - raio médio do molde.

Os parâmetros da curva de Faury A e B , necessários à eq. (4.1), dependem da trabalhabilidade do betão, da potência de vibração do mesmo e da natureza dos inertes. A trabalhabilidade do betão, tal como se referiu na secção 3, é determinada e classificada de acordo com a NP ENV 206 e encontra-se em estreita relação com o parâmetro B . A título de exemplo, apresenta-se no quadro I os valores a atribuir aos parâmetros A e B segundo Coutinho (Coutinho, 1988).

Este processo só termina quando a construção gráfica atingir todos os inertes, tal como se ilustra na fig. 2.

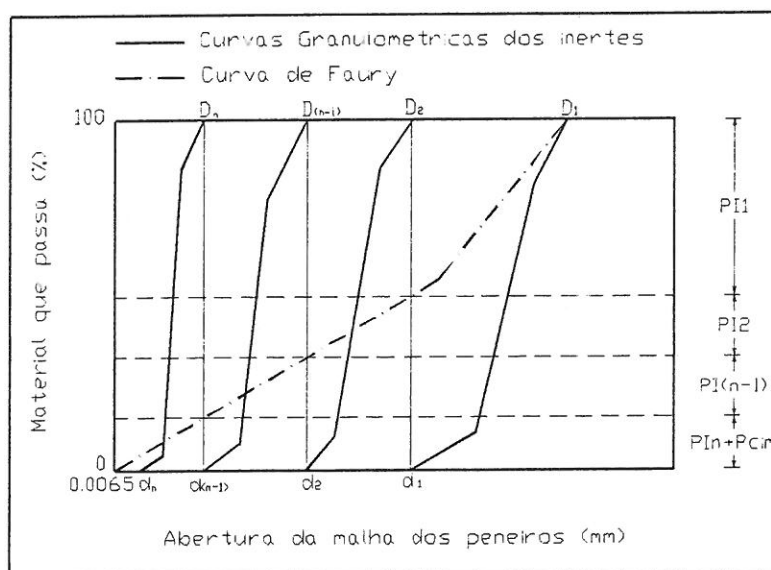


Fig. 2 - Representação esquemática da construção gráfica (situação 1)

No que se refere à situação 2, esta constitui a situação mais frequente que se caracteriza pela sobreposição das curvas granulométricas de inertes sucessivos. A construção gráfica associada a esta situação, consiste no traçado da paralela ao eixo das ordenadas de tal modo que a área A_1 , compreendida entre a ordenada que se deve traçar e o ponto extremo da curva granulométrica do inerte mais grosso d_1 , seja igual à área A_2 , compreendida entre a referida ordenada e o ponto inicial da curva granulométrica do inerte seguinte, D_2 . Este procedimento continua até todos os inertes participarem na referida construção gráfica e ilustra-se na fig. 3.

Quadro I - Valores dos parâmetros *A* e *B* da curva de Faury segundo Coutinho (Coutinho, 1988)

Trabalhabilidade	Meios de compactação que se podem empregar	Valores de A			Valores de B
		Natureza dos inertes			
		Areia			
		Rolada	Britada		
		Inerte grosso			
		Rolado	Britado	Britado	
Terra húmida	Vibração muito potente e possível compressão (pré-fabricação)	≤ 18	≤ 19	≤ 20	1
Seca	Vibração potente (pré-fabricação)	20 a 21	21 a 22	22 a 23	1 a 1.5
Plástica	Vibração média	21 a 22	23 a 24	25 a 26	1.5
Mole	Apiloamento	28	30	32	2
Fluida	Espalhamento e compactação pelo peso próprio	32	34	38	2

Em relação ao raio médio do molde, a expressão que define esta grandeza é a seguinte:

$$R = \frac{\text{Volume do molde}}{\text{Area total do molde} + \text{Area das armaduras}} \quad (4.2)$$

Após a representação conjunta das curvas granulométricas dos inertes com a curva de Faury, procede-se à construção gráfica para determinar as percentagens relativas dos componentes sólidos do betão. Esta construção depende da posição relativa das curvas granulométricas de inertes consecutivos podendo ocorrer três situações possíveis nomeadamente:

- Coincidência do extremo da curva granulométrica de um inerte com o início da curva granulométrica do inerte seguinte (ver fig. 2);
- Sobreposição das curvas granulométricas de inertes consecutivos (ver fig. 3) e;
- Não sobreposição das curvas granulométricas de inertes consecutivos (ver fig. 4).

Em relação à primeira situação, a construção gráfica consiste no traçado da paralela ao eixo da ordenada que liga o extremo da curva granulométrica do inerte mais grosso d_1 , com o início da curva granulométrica do inerte seguinte D_2 .

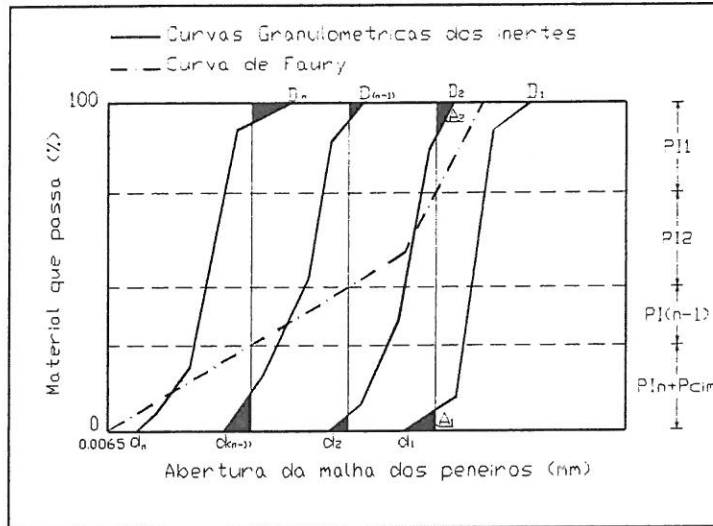


Fig. 3 - Representação esquemática da construção gráfica (situação 2)

Finalmente, o procedimento da construção gráfica a efectuar na última situação consiste no traçado da paralela ao eixo das ordenadas no ponto de abcissa igual à média geométrica das abcissas d_1 e D_2 . Na prática, esta média geométrica pode ser substituída pela média aritmética. Este procedimento, tal como nas outras situações, só termina quando a última paralela cortar o inerte mais fino e encontra-se ilustrado na fig. 4

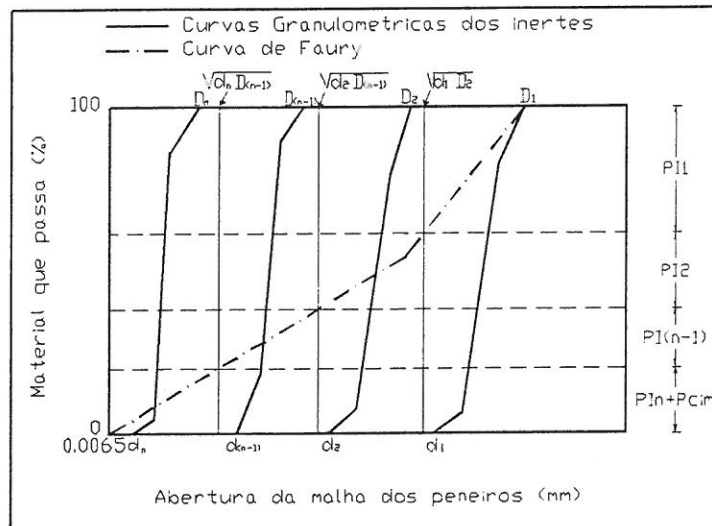


Fig. 4 - Representação esquemática da construção gráfica (situação 3)

A diferença das percentagens entre os vários pontos de intercepção da curva de Faury e as sucessivas paralelas ao eixo das ordenadas, indicam as percentagens relativas dos (n-1) inertes $P_{I1}, \dots, P_{I(n-1)}$ e, por último, a percentagem relativa do inerte mais fino do betão incluindo o cimento $P_{In} + P_{cim}$. As fig. 2, 3 e 4 mostram de forma elucidativa o que anteriormente foi referido.

Atendendo à necessidade de individualizar a percentagem relativa do inerte mais fino do betão em relação ao cimento, torna-se necessário determinar a percentagem de cimento no volume de sólidos P_c . Este parâmetro é dado por

$$P_c = \frac{V_c}{V_s} \times 100 \quad (4.3)$$

em que V_c e V_s representam, respectivamente, o volume de cimento e o volume de sólidos num metro cúbico de betão. O valor de V_s é dado por

$$V_s = 1 - V_a - V_v \quad (4.4)$$

em que

V_a - volume de água num metro cúbico de betão e;

V_v - volume de vazios num metro cúbico de betão.

O volume de vazios encontra-se relacionado com a máxima dimensão do inerte mais grosso do betão, apresentando Coutinho (Coutinho, 1988) os valores indicados no quadro II.

Quadro II - Valores do volume de vazios do betão segundo Coutinho (Coutinho, 1988)

Máxima dimensão do inerte (mm)	Volume de vazios (l/m ³)
9.5	30
12.7	25
19.7	20
25.4	15
38.1	10
50.8	5
76.2	3
152.4	2

Pelo facto desta construção gráfica não englobar totalmente o módulo de finura dos inertes, torna-se então necessário ajustar as percentagens obtidas anteriormente, de modo a que o módulo de finura da curva da mistura seja idêntico ao

módulo de finura da curva de Faury, idealizada como sendo a curva granulométrica óptima para o betão.

Para que tal seja possível, torna-se necessário calcular os módulos de finura das duas curvas, sendo o módulo de finura da curva da mistura determinado pelo somatório dos produtos dos módulos de finura dos inertes m_K , pelas respectivas percentagens relativas p_K . Assim sendo, a expressão que define o módulo de finura da curva da mistura é a seguinte:

$$mfm = \sum_{K=1}^n m_k \times p_k \quad (4.5)$$

Note-se que o cimento não está contemplado na expressão anteriormente referida uma vez que o seu módulo de finura é nulo.

Em relação ao módulo de finura da curva de Faury, este é determinado pela soma das percentagens acumuladas que ficam retidas em cada peneiro da série normal a dividir por 100. A série normal foi referenciada na secção 2.1.

A igualdade dos módulos de finura definidos anteriormente traduz-se no anu-lamento das áreas limitadas pela curva de Faury e pela curva da mistura, aquando da representação conjunta destas duas curvas. Este procedimento encontra-se ilustrado na fig. 5, em que a área inferior representada a tracejado, é igual à área a cheio denominada por área superior. A área superior é limitada, inferiormente, pela curva de Faury e, superiormente, pela curva da mistura, enquanto que os limites da área inferior são posicionados inversamente aos limites da área superior.

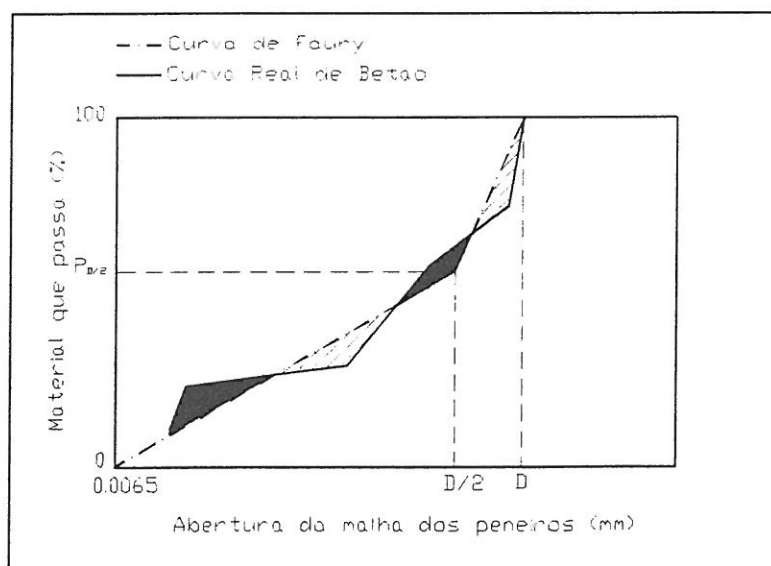


Fig. 5 - Representação esquemática do ajustamento da curva real de betão à curva de Faury

Pelo modo como todos os procedimentos foram descritos anteriormente, é fácil concluir que o método semi-analítico de Faury constitui um método moroso e dispendioso, não se garantindo os mesmos resultados para pessoas diferentes que, eventualmente, venham a executar os cálculos.

4.2 Método numérico

Enquanto que a técnica utilizada no método semi-analítico assenta numa construção gráfica, a técnica do método numérico consiste na montagem e resolução dum sistema de equações que traduz, essencialmente, a obrigatoriedade da correspondência entre o módulo de finura da curva real de betão com os módulos de finura dos vários troços da curva de Faury. Nesta sequência, torna-se necessário definir os vários troços da curva de Faury assim como os respectivos módulos de finura, m_{ri} . Os vários troços da curva de Faury iniciam-se, tal como a curva de Faury, no ponto de abcissa 0,0065 mm e prolongam-se, segundo a referida curva, até aos pontos, cujas abcissas correspondem às máximas dimensões dos inertes D_i . A fig. 6 mostra, de forma elucidativa, a representação gráfica dos referidos troços.

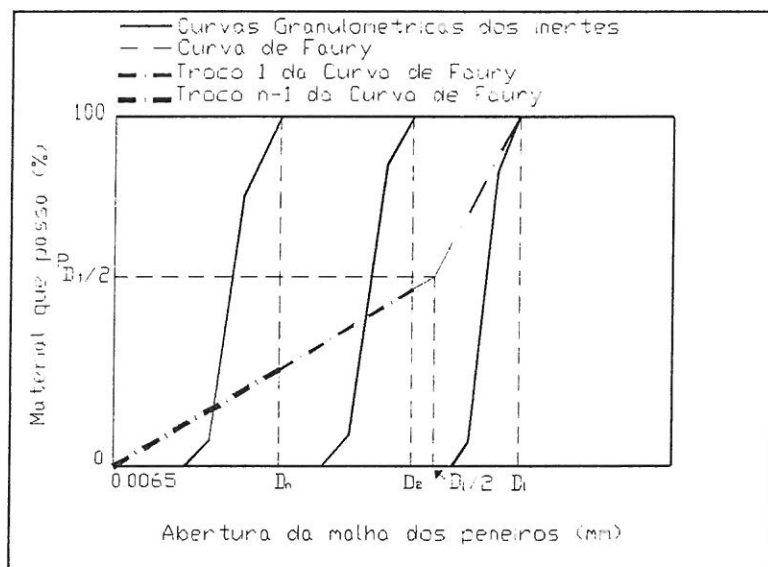


Fig. 6 - Representação esquemática dos vários troços da curva de Faury

A determinação dos módulos de finura dos diversos troços da curva de Faury, é efectuada tendo por base o conceito generalizado do módulo de finura exposto na secção 2.1. Nesta perspectiva, o módulo de finura dum troço da curva de Faury é a soma das percentagens acumuladas que ficam retidas nas aberturas das malhas dos peneiros da série normal dividida pela ordenada máxima dessa

curva. Esta série começa no peneiro de 0.149 mm de abertura e prolonga-se até à máxima dimensão do inerte, segundo uma progressão geométrica de razão 2.

Agora, a dificuldade deste método reside na montagem do sistema de n equações a n incógnitas. As $(n-1)$ equações deste sistema resultam da obrigatoriedade da correspondência entre o módulo de finura da curva real do betão e dos módulos de finura dos vários troços da curva de Faury. A eq. (4.6) expressa esta obrigatoriedade de correspondência e foi desenvolvida por Coutinho (Coutinho, 1973).

$$m_{r0} = \frac{p_1 \times m_1 + p_2 \times m_2 + \dots + p_n \times m_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n + c}$$

$$m_{r1} = \frac{p_2 \times m_2 + p_3 \times m_3 + \dots + p_n \times m_n}{p_2 + p_3 + \dots + p_n + c} \quad (4.6)$$

$$m_{r2} = \frac{p_3 \times m_3 + \dots + p_n \times m_n}{p_3 + \dots + p_n + c}$$

.....

$$m_{r(n-2)} = \frac{p_{n-1} \times m_{n-1} + p_n \times m_n}{p_{n-1} + p_n + c}$$

A n -ésima equação do sistema traduz a condição de que a soma das percentagens dos componentes sólidos do betão terá de ser, obviamente, igual a 100%. Isto é,

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n + c = 100 \quad (4.7)$$

As variáveis das eq. (4.6) e (4.7) apresentam os seguintes significados:

- m_{r0} - módulo de finura da curva de Faury;
- m_{ri} , para $i = 1, (n-2)$ - módulos de finura dos vários troços da curva de Faury;
- m_i , $i=1,n$ - módulos de finura dos n inertes;
- p_i , $i=1,n$ - percentagens relativas dos inertes e;
- c - percentagem de cimento na totalidade de elementos sólidos.

Posteriormente, as $(n-1)$ equações do sistema foram alteradas por Fragoso (Fragoso, 1985) através da introdução dos conceitos de percentagem parcial e módulos de finura parciais dos inertes. A introdução destes conceitos resultou para as $(n-1)$ equações apresentadas através da eq. (4.6) as seguintes expressões:

$$m_{r_0} = \frac{m_1 \times p_1 + m_2 \times p_2 + \dots + m_n \times p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n + c}$$

$$m_{r_1} = \frac{m_2 \times p_2 + \dots + m_n \times p_n + p_1^p \times m_1^p}{p_1^p \times p_1 + p_2 + \dots + p_n + c} \quad (4.8)$$

.....

$$m_{r(n-2)} = \frac{m_{n-1} \times p_{n-1} + m_n \times p_n + \sum_{i=1}^{n-2} p_i^p \times m_i^p}{\sum_{i=1}^{n-2} p_i^p \times p_i + p_{n-1} + p_n + c}$$

Tendo em atenção as eq. (4.8), torna-se então necessário determinar os módulos de finura e as percentagens parciais dos inertes. Em relação às primeiras grandezas, isto é, os módulos de finura parciais m_i^p , estes determinam-se pela soma das percentagens acumuladas que ficam retidas nos peneiros, da série normal parcial, dividida por 100. A série normal parcial começa no peneiro 0,149 mm de abertura e prolonga-se, segundo uma progressão geométrica de razão 2, até à máxima dimensão do inerte seguinte $i+1$.

No que se refere às percentagens parciais dos inertes p_i^p , estas são calculadas como sendo as percentagens que passam no peneiro do inerte i correspondente à máxima dimensão do inerte seguinte $i+1$.

Efectuando um rearranjo nas eq. (4.8) e tendo em atenção a eq. (4.7), o sistema de equações apresentar-se-á na eq. (4.9)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ m_{r_0} - m_1 & m_{r_0} - m_2 & m_{r_0} - m_3 & \dots & m_{r_0} - m_n \\ p_1^p \times (m_{r_1} - m_1^p) & m_{r_1} - m_2 & m_{r_1} - m_3 & \dots & m_{r_1} - m_n \\ 0 & p_2^p \times (m_{r_2} - m_2^p) & m_{r_2} - m_3 & \dots & m_{r_2} - m_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & p_{r(n-2)}^p \times (m_{r(n-2)} - m_{r(n-2)}^p) & \dots & m_{r(n-2)} - m_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ -m_{r_0} \times c \\ -m_{r_1} \times c \\ -m_{r_2} \times c \\ \vdots \\ -m_{r(n-2)} \times c \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

O cálculo das incógnitas p_i que intervêm no sistema de equações (4.9), pode ser efectuado por qualquer método de resolução de sistema de equações. O método de Crout foi utilizado por Fragoso (Fragoso, 1985) tendo-se mostrado eficaz na resolução neste tipo de problemas. Duma forma resumida, o método de Crout

consiste em factorizar a matriz dos coeficientes $[A]$ em duas matrizes $[L]$ e $[U]$ (Fragoso, 1986), de tal modo que

$$[A]=[L]\times[U] \quad (4.10)$$

sendo $[L]$ uma matriz triangular inferior cuja diagonal principal é constituída por elementos unitários e $[U]$ uma matriz triangular superior.

A resolução do sistema de equações (4.10), pode então ser efectuada pela resolução de dois sistemas de equações triangulares na forma:

$$\begin{aligned} [L] \times \{Y\} &= \{B\} \\ e \\ [U] \times \{X\} &= \{Y\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

O vector das incógnitas $\{X\}$ da eq.(4.11) não é mais do que o vector das percentagens relativas dos inertes $\{p\}$ da eq.(4.9).

5. A IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DA COMPOSIÇÃO DE BETÕES

5.1 O programa de cálculo automático CCB98

Atendendo a que se verificou ao longo dos últimos anos a necessidade de melhorar o programa de cálculo automático PCA10-CACOBE existente no LREC e elaborado por Fragoso (Fragoso, 1985), de modo a torná-lo numa ferramenta mais fiável e prática do ponto de vista de utilização, originou a que fosse desenvolvido o programa de cálculo automático CCB98 (PCA-CCB98).

À semelhança do PCA10-CACOBE, o PCA-CCB98 foi desenvolvido tendo por base o método numérico exposto na secção 4.2. Enquanto que o PCA10-CACOBE foi escrito na linguagem de programação BASIC, optou-se por escrever o PCA-CCB98 em FORTRAN 77 por razões que sobejamente são conhecidas no que se refere à aptidão desta linguagem na implementação de modelos numéricos. Duma forma sintética, o programa é constituído por três grandes blocos, nomeadamente:

- BLOCO 1 - Leitura dos dados necessários ao cálculo da composição do betão;
- BLOCO 2 - Cálculo da composição do betão e;
- BLOCO 3 - Escrita dos dados e resultados do cálculo da composição do betão.

Em relação ao bloco 1 os dados necessários ao cálculo são introduzidos através dum ficheiro de dados e que no caso presente toma o nome de CCB98.DAD.

Os dados traduzem-se, essencialmente, nas dosagens de cimento e água, nas características físicas dos inertes, definidas de acordo com as secções 2.1 e 2.2 e nos módulos de finura parciais dos inertes de acordo com a secção 4.2. Após a introdução dos dados relacionados com as características dos componentes do betão, procede-se à introdução dos valores das grandezas necessárias à definição da curva de Faury, de acordo com a secção 4.1 e, por último, à introdução do volume da amassadura experimental em litros.

Após a leitura dos dados do cálculo o programa entra no bloco 2. Este bloco consiste na efectivação de todos os cálculos necessários à montagem do sistema de equações de acordo com a eq. (4.9). A título de exemplo, os cálculos mais relevantes deste bloco consistem, nomeadamente, na determinação da equação da curva de Faury e do respectivo módulo de finura assim como, na determina-

ção das equações e módulos de finura dos vários troços da curva de Faury. A equação que define a curva de Faury é subdividida em duas, uma das quais é referente às abcissas d_i inferiores à abcissa $D/2$ e a outra equação é referida às restantes abcissas d_i superiores a $D/2$. O primeiro troço da curva de Faury é definido pela seguinte equação:

$$p_1 = P_{D/2} + m_1 \times (\sqrt[3]{d} - \sqrt[3]{D/2}) \quad (4.10)$$

em que

m_1 é o declive do primeiro troço da curva de Faury dado por

$$m_1 = \frac{P_{D/2}}{\sqrt[3]{D/2} - \sqrt[3]{0.0065}} \quad (4.11)$$

sendo $P_{D/2}$ a ordenada da curva de Faury no ponto de abcissa $d=D/2$ e determinada de acordo com a eq. (4.1) enquanto que D é a máxima dimensão do inerte mais grosso do betão.

Seguindo o mesmo raciocínio, obtém-se a equação do segundo troço da curva de Faury dado por

$$p_2 = 100 + m_2 \times (\sqrt[3]{d} - \sqrt[3]{D}) \quad (4.12)$$

em que

m_2 é o declive do segundo troço da curva de Faury e expresso por

$$m_2 = \frac{100 - P_{D/2}}{\sqrt[3]{D} - \sqrt[3]{D/2}} \quad (4.13)$$

assumindo as grandezas D e $P_{D/2}$ o mesmo significado da eq. (4.11)

As variáveis d e p presentes nas eq. (4.10) e (4.12) significam, respectivamente, as abcissas e as ordenadas da curva de Faury.

As eq. (4.10) e (4.12) aplicam-se também à definição das equações dos vários troços da curva de Faury.

Em relação aos módulos de finura acima citados, apresenta-se na secção 4.1 a definição do módulo de finura da curva de Faury, enquanto que a definição desta grandeza referida aos vários troços da curva de Faury foi exposta na secção 4.2.

No bloco 2 procede-se, ainda, à resolução do sistema de equações mencionado na eq. (4.9), utilizando-se para o efeito uma subrotina de cálculo de sistemas de equações baseada no método de Crout (Fragoso, 1985). Para além disso, neste bloco ainda escrevem-se os resultados intermédios de todo o cálculo.

Atendendo à necessidade de se conhecer os resultados do cálculo, procede-se no bloco 3 à escrita dos dados de entrada e dos resultados finais obtidos. Toda esta informação é apresentada no ficheiro CCB98.LPT.

Em relação aos resultados finais e tendo em conta que as incógnitas do sistema de equações são as percentagens relativas dos inertes, torna-se então necessário determinar as percentagens centesimais dos mesmos para se obter o peso dos inertes por metro cúbico de betão. A necessidade em averiguar a exactidão do cálculo resulta na impressão de alguns parâmetros que estão relacionados com o ajustamento da curva real de betão à curva Faury. Os referidos parâmetros referem-se nomeadamente, ao somatório das ordenadas, quer da curva de Faury quer da curva real de betão; à diferença das referidas ordenadas e; ao erro relativo tomando como referência as ordenadas da curva de Faury. Por último, apresenta-se a composição da amassadura experimental.

Também houve a necessidade de criar dois ficheiros de armazenamento dos valores necessários à representação gráfica das curvas mais importantes do cálculo da composição de betões. Nesta sequência, o ficheiro CGRANI.GRA apresenta as curvas granulométricas dos inertes e o ficheiro CFAUBET.GRA apresenta os dados necessários à visualização gráfica do ajustamento da curva real de betão à curva de Faury.

Tendo em atenção o que anteriormente foi exposto, pode-se numa forma resumida enunciar os melhoramentos relevantes efectuados no PCA-CCB98 em relação ao programa existente PCA10-CACOBÉ. Estes consistiram no seguinte:

- Introdução dos dados através da escrita dum ficheiro;
- Criação dum ficheiro de resultados intermédios do cálculo;
- Representação gráfica das curvas granulométricas dos inertes, da curva de referência de Faury e da curva da mistura e;
- Criação dum ficheiro de dados e de resultados de forma pormenorizada.

5.2 Manual de utilização do PCA - CCB98

Para o cálculo da composição de betões através do programa PCA-CCB98 é necessário que a introdução dos dados do cálculo seja efectuada segundo uma determinada ordem. Nesta sequência, apresenta-se no quadro III o modelo padrão do ficheiro de dados do PCA-CCB98.

Quadro III - Modelo padrão do ficheiro de dados do PCA-CCB98

PARCON				
IRI				
IDECAL				
REQ				
DAT				
NC				
DOSCON				
NI	PPRM			
DC	DA			
CARCOM				
PVI ₁	PVI ₂	...	PVI _{NI}	PVC
RMDI ₁	RMDI ₂	...	RMDI _{NI}	
RMFCGI ₁	RMFCGI ₂	...	RMFCGI _{NI}	
RMFTCGI ₁	RMFTCGI ₂	...	RMFTCGI _{NI}	
CURGRA				
G ₁₁	G ₁₂	...	G _(1,NI)	
G ₂₁	G ₂₂	...	G _(2,NI)	
.	.		.	
.	.		.	
.	.		.	
G _(K1,1)	G _(K1,2)	...	G _(K1,NI)	
PARFAU				
A	B	R/D		
VAMASS				
VAL				

As variáveis expressas no quadro III tomam os seguintes significados:

- PARCON - Separador que indica o parâmetro de controle;
IRI - Indicador do ficheiro de resultados intermédios:
IRI = 0...Não cria o ficheiro de resultados intermédios,
IRI = 1...Cria o ficheiro de resultados intermédios.
- IDECAL - Separador que identifica o cálculo;
REQ - Requerente;
DAT - Data do cálculo;
NC - Nr. do Cálculo;
- DOSCON - Separador que indica as dosagens de controle;
NI - Nr. de inertes;
PPRM - Primeiro peneiro que retém material (mm);