

**REGIÃO AUTÓNOMA DOS AÇORES**  
SECRETARIA REGIONAL DA HABITAÇÃO E EQUIPAMENTOS  
**LABORATÓRIO REGIONAL DE ENGENHARIA CIVIL**  
DIRECÇÃO DE SERVIÇOS DE ESTRUTURAS E MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO

**MODELAÇÃO DE ACÇÕES  
SÍSMICAS POR ESPECTROS DE  
POTÊNCIA**

**LREC/DSEMC – Rel. 42/2004**

Ponta Delgada, Julho de 2004

## **MODELAÇÃO DE ACÇÕES SÍSMICAS POR ESPECTROS DE POTÊNCIA**

---

### **IDENTIFICAÇÃO DO DOCUMENTO**

---

Relatório ID: LREC/DSEMC – Rel. 42/2004  
Proc. ID: Proc. 206/SGD/PI  
LREC/CD - Cota ID: 550.34  
F874m

Autor(s) ID: **Mário Rouxinol Fragoso**  
Eng. Civil, Mestre em Eng<sup>a</sup> de Estruturas, Doutor em Eng<sup>a</sup> Civil

Visto(s) ID: **Mário Rouxinol Fragoso**  
Director de Serviços de Estruturas e Materiais de Construção

**Carlos Frazão Fraga**  
Director do Laboratório Regional de Engenharia Civil

---

---

### **DECLARAÇÃO DE AUTENTICIDADE**

---

O Laboratório Regional de Engenharia Civil (LREC) declara que a cópia em formato PDF gravada no CD com ID LREC/DSEMC- Rel. 42/2004, constitui uma cópia integral e autêntica do documento acima identificado, encontrando-se em arquivo próprio do LREC o original em papel.

---

**REGIÃO AUTÓNOMA DOS AÇORES**  
SECRETARIA REGIONAL DA HABITAÇÃO E EQUIPAMENTOS  
**LABORATÓRIO REGIONAL DE ENGENHARIA CIVIL**  
DIRECÇÃO DE SERVIÇOS DE ESTRUTURAS E MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO

---

**MODELAÇÃO DE ACÇÕES SÍSMICAS  
POR ESPECTROS DE POTÊNCIA**

---

# MODELAÇÃO DE ACÇÕES SÍSMICAS POR ESPECTROS DE POTÊNCIA

## RESUMO

A caracterização dos movimentos fortes que ocorrem no solo durante um sismo e, posteriormente, a modelação destes movimentos de modo a obterem-se representações fiáveis das acções dos sismos sobre as estruturas, constitui um dos muitos domínios de investigação em engenharia sísmica. Neste contexto, começa-se por apresentar neste trabalho o estado actual de conhecimento no âmbito de quatro modelos que maior divulgação têm tido na representação das acções dos sismos sobre as estruturas, nomeadamente os modelos que envolvem as representações temporais, as representações por espectros de Fourier, as representações por espectros de resposta e as representações por espectros de potência.

Pela reconhecida importância que os processos estocásticos têm na representação dos movimentos sísmicos, bem como na avaliação das respostas das estruturas às acções dos sismos, especial ênfase é dado à modelação de acções sísmicas por espectros de potência. Neste âmbito apresenta-se a obtenção de espectros de potência compatíveis com espectros de resposta, pelo facto desta última representação ser considerada a representação básica das acções dos sismos nas estruturas pelos mais recentes códigos estruturais, como é o caso do EC8 (prEN 1998-1, final draft).

Na parte final deste trabalho apresenta-se o programa de computador desenvolvido no âmbito do cálculo de espectros de potência compatíveis com espectros de resposta, bem como alguns exemplos de aplicação prática neste domínio.

Finalmente, tecem-se algumas considerações sobre o trabalho desenvolvido e perspectivam-se alguns trabalhos futuros baseados na utilização do presente trabalho.

# MODELAÇÃO DE ACÇÕES SÍSMICAS POR ESPECTROS DE POTÊNCIA

## ÍNDICE

1. Introdução, **7**
2. Modelos de Representação de Acções Sísmicas, **10**
  - 2.1 Representação temporal, **10**
  - 2.2 Representação por espectros de Fourier, **13**
  - 2.3 Representação por espectros de resposta, **16**
  - 2.4 Representação por espectros de potência, **24**
3. Espectros de Potência Compatíveis com Espectros de Resposta de Acções Sísmicas, **28**
  - 3.1 Identificação do problema, **28**
  - 3.2 Resolução analítica do problema, **32**
    - 3.2.1 Cálculo dum espectro de resposta a partir dum espectro de potência, **32**
    - 3.2.2 Cálculo de novas estimativas do espectro de potência, **37**
    - 3.2.3 Critérios de paragem do processo iterativo, **39**
  - 3.3 Avaliação da compatibilidade dos espectros de potência, **41**
  - 3.4 Suavização de espectros de potência, **43**
4. Programa de cálculo automático *Spectrum\_P*, **45**
5. Aplicações práticas, **48**
  - 5.1 Espectros de potência de representações de acções sísmicas regulamentares, **48**
  - 5.2 Espectros de potência de sismos, **51**
6. Considerações finais, **55**

Bibliografia, **59**

Anexo I – Subrotina em *Fortran 95* para o cálculo da  
FFT (Fast Fourier Transform), **61**

Anexo II – Programa *SPECTRUM\_P*. Ficheiro de dados, **63**

Anexo III – Programa *SPECTRUM\_P*. Listagem de cálculo automático  
produzida pelo programa, **70**

# MODELAÇÃO DE ACÇÕES SÍSMICAS POR ESPECTROS DE POTÊNCIA

## 1. INTRODUÇÃO

O planeta terra encontra-se longe de ser uma “massa” em estado de repouso. De facto, a terra vibra continuamente e os movimentos do solo causados pela maioria destas vibrações, têm amplitudes tão pequenas que apenas são detectáveis com adequados equipamentos de medição. Todavia, existem vibrações cujas amplitudes afectam, de forma profunda, pessoas e ambientes, dando origem aos designados movimentos fortes no solo ou, simplesmente, sismos.

Os sismos são provocados por libertações bruscas de energia que ocorrem no interior da terra, sendo grande parte dessa energia dissipada através da irradiação de vibrações na crosta terrestre sob a forma de diversos tipos de ondas. No âmbito da engenharia civil, revestem-se de grande importância os sismos com origem tectónica, sismos estes fortemente condicionados pela existência de tensões e deformações na crosta terrestre. Este tipo de sismos encontra-se associado a libertações de energia causadas por deformações acumuladas, derivadas dos movimentos tectónicos que ocorrem, geralmente, em falhas geológicas.

Durante a ocorrência de um sismo o solo move-se de forma aleatória em qualquer direcção, impondo às fundações das estruturas movimentos que provocam nas mesmas estados de deformação e de tensão que, no caso de excederem os limites das suas capacidades resistentes, dão origem a estados de danificação nos elementos estruturais como forma de libertação da energia imputada pelo movimento sísmico, conduzindo, em primeiro lugar, aos colapsos locais em elementos estruturais e, posteriormente, a evoluções de comportamento estrutural que podem culminar nos colapsos globais das estruturas. Situações deste género condicionam, fortemente, a segurança de pessoas e bens, podendo originar catástrofes às populações que envolvem perdas de vidas humanas e destruições maciças do património edificado.

Neste contexto, têm vindo a ser investigadas pela Comunidade científica ligada à engenharia sísmica, as melhores formas de avaliar o comportamento sísmico dos edifícios e das estruturas em geral, de modo a conferir-se às mesmas adequadas resistências que possam salvaguardar, em primeiro lugar, vidas humanas e, posteriormente, os bens das pessoas sob os seus multi-variados aspectos.

Uma das muitas componentes de investigação neste domínio incide precisamente na caracterização dos movimentos fortes que ocorrem no solo durante um sismo, de modo a obterem-se modelos fiáveis de representação da acção dos sismos nas estruturas. À luz dos actuais conhecimentos sobre esta matéria, existem alguns modelos que são geralmente utilizados na simulação das acções dos sismos sobre as estruturas, modelos estes que serão objecto da exposição a realizar na secção 2 deste trabalho.

Pela importância que os processos estocásticos têm na simulação dos movimentos sísmicos, bem como nas respostas das estruturas às acções dos sismos, especial ênfase é dado à modelação de acções sísmicas por funções de densidade espectral, funções estas vulgarmente designadas por espectros de potência. Neste contexto, a secção 3 deste trabalho é inteiramente dedicada

aos espectros de potência de acções sísmicas, abordando-se nesta secção a obtenção de espectros de potência compatíveis com espectros de resposta.

Na secção 4 apresenta-se o programa de cálculo automático *SPECTRUM\_P*, programa este escrito em *Fortran 95* e desenvolvido integralmente no âmbito da formulação apresentada na secção 3 deste trabalho. A utilização prática deste programa é apresentada na secção seguinte – secção 5 – altura em que se mostram alguns exemplos de cálculo de espectros de potência determinados a partir de espectros de resposta.

Finalmente, na secção 6, tecem-se algumas considerações acerca de todo o trabalho desenvolvido, ao mesmo tempo que se perspectivam alguns trabalhos futuros.

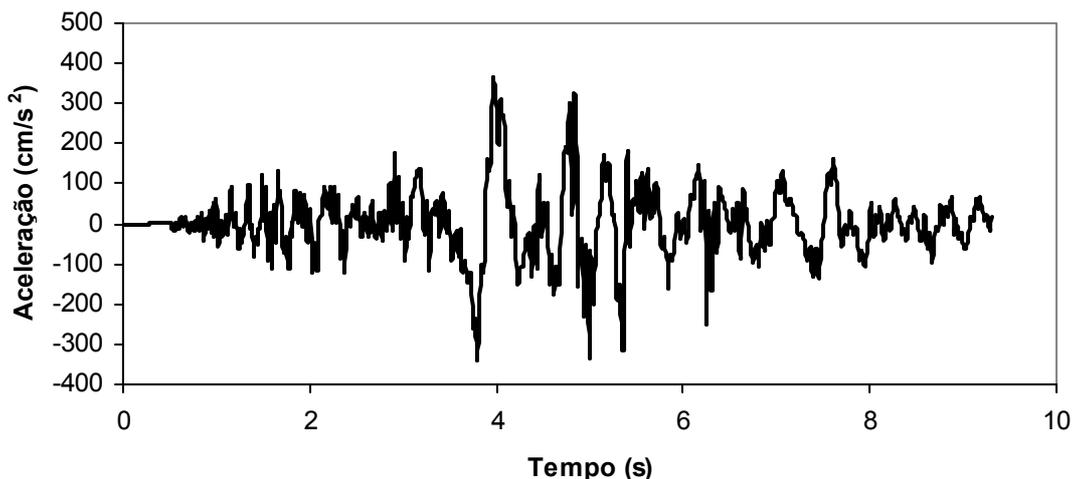
## **2. MODELOS DE REPRESENTAÇÃO DE ACÇÕES SÍSMICAS**

Em termos genéricos, um modelo é constituído por um conjunto de condições com suporte matemático que permite definir e formular, explicitamente, a natureza física de um determinado fenómeno. Neste contexto, os modelos descritivos das acções dos sismos caracterizam e definem as vibrações sísmicas que influenciam os efeitos dos sismos sobre as estruturas.

Devido à grande complexidade que envolve, permanentemente, os estudos dos movimentos sísmicos, a definição de um único modelo ou parâmetro que defina, com a exactidão desejada, todas as características importantes dum sismo é, meramente, uma tarefa impossível. Neste sentido, têm sido propostos e aceites diversos modelos de representação de acções sísmicas onde intervêm diversos parâmetros que procuram caracterizar variados aspectos dos movimentos sísmicos tais como as amplitudes das vibrações, os conteúdos em frequência, as durações dos movimentos, etc. Neste âmbito, apresentam-se nas sub-secções seguintes quatro modelos de representação das acções sísmicas em estruturas, modelos estes que se encontram largamente divulgados e utilizados em engenharia sísmica.

### **2.1 Representação Temporal**

A representação temporal dum sismo constitui o modelo mais usual para descrever, no tempo, o conteúdo de amplitudes do movimento sísmico. Este conteúdo pode ser explicitado em termos de acelerações ( $\ddot{x}$ ), de velocidades ( $\dot{x}$ ) e de deslocamentos ( $x$ ), apresentando-se na Fig. 1, a título de exemplo, a história temporal de acelerações da componente N-S do sismo do Faial, ocorrido em 9 de Julho de 1998 e registado no Observatório Príncipe Mónaco localizado na Ilha do Faial – Açores, a cerca de 15 Km do epicentro na direcção NE.



*Fig. 1 – História de acelerações da componente N-S do sismo de 9 de Julho de 1998 ocorrido na Ilha do Faial.*

Após correcções e processamentos numéricos realizados sobre as histórias de acelerações dos sismos, a obtenção das histórias de velocidades e de deslocamentos dos movimentos sísmicos faz-se por integração numérica das histórias de acelerações e velocidades no domínio da frequência, nomeadamente através das expressões

$$\dot{x}(\omega_i) = \frac{\ddot{x}(\omega_i)}{\omega_i} \quad (2.1)$$

$$x(\omega_i) = \frac{\dot{x}(\omega_i)}{\omega_i} \quad (2.2)$$

em que  $\omega_i$  representa a frequência angular quantificada pela expressão

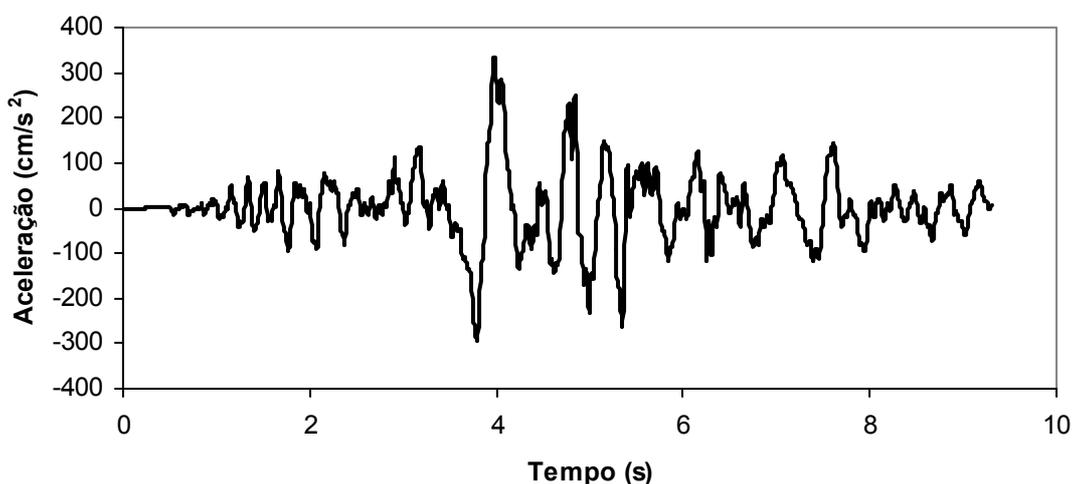
$$\omega_i = i \cdot \Delta\omega \quad \text{com } i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.3)$$

sendo  $N$  o número de pontos em que se encontra discretizado o movimento sísmico e  $\Delta\omega$  o incremento de frequência calculado pela expressão

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T_T} \quad (2.4)$$

em que  $T_T$  representa o tempo total do evento.

Atendendo a que só tem interesse considerar-se nos estudos de comportamento dinâmico de estruturas, frequências de excitação inferiores a 25 Hz, os registos sísmicos podem ser tratados de modo a eliminarem-se as gamas de frequências não desejadas. Este tratamento realiza-se com a aplicação de filtros sobre os registos no domínio da frequência, apresentando-se novamente na Fig. 2 a componente N-S do sismo do Faial, após ter sido sujeita a um processo de filtragem.



*Fig. 2 – História de acelerações da componente N-S do sismo de 9 de Julho de 1998 ocorrido na Ilha do Faial, após filtragem.*

Comparando entre si as Fig. 1 e 2, verifica-se que algumas das altas frequências que se encontram patentes no movimento da Fig. 1, foram eliminadas do mesmo, como demonstra a Fig. 2.

O parâmetro mais utilizado na caracterização da amplitude de um sismo é, sem dúvida, o valor absoluto máximo da aceleração horizontal atingido durante o

evento (PGA – *Peak Ground Acceleration*). Este parâmetro é muitas vezes determinado de forma individualizada sobre as componentes horizontais do movimento sísmico mas, a forma mais correcta de o quantificar consiste na obtenção através da soma vectorial das duas componentes horizontais ortogonais do evento sísmico.

À semelhança do parâmetro PGA, existem ainda os valores de pico associados às velocidades e aos deslocamentos do movimento sísmico, parâmetros estes designados na literatura inglesa da especialidade por PGV e PGD (PGV – *Peak Ground Velocity*; PGD – *Peak Ground Displacement*).

Embora qualquer um dos parâmetros referidos, conjuntamente com os registos temporais das acções sísmicas, constituam as bases de partida para qualquer estudo a realizar sobre sismos, por si só não fornecem informações sobre o conteúdo das frequências das vibrações sísmicas, razão pela qual são adoptados outros tipos de representação neste domínio.

## **2.2 Representação por Espectros de Fourier**

No início do século XIX, o matemático francês J. Fourier demonstrou que qualquer função periódica, ou seja, qualquer função que se repete de forma idêntica em intervalos constantes, pode ser expressa através dum somatório de séries de sinusóides simples com diferentes amplitudes, fases e frequências.

Este facto é extremamente útil em engenharia sísmica, uma vez que torna possível a decomposição do movimento sísmico em diferentes sinusóides e, através do princípio da sobreposição de efeitos, válido apenas para sistemas lineares, é possível calcular a resposta dum sistema estrutural como sendo o somatório das respostas individuais do sistema a cada movimento harmónico que lhe é imposto.

Neste contexto, sendo  $x(t)$  o movimento sísmico ao longo do tempo, a sua representação em séries de Fourier é dada pela expressão (Kramer, 1996):

$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(\omega_n t + \phi_n) \quad (2.5)$$

em que  $c_n$  e  $\phi_n$  representam, respectivamente, a amplitude e o ângulo da fase do  $i$ -ésimo movimento harmónico com frequência angular  $\omega_n$ , sendo  $c_0$  o valor médio do processo  $x(t)$  para o intervalo de tempo de repetição (período)  $T_f$ , parâmetro este calculado pela expressão

$$c_0 = \frac{1}{T_f} \int_0^{T_f} x(t) dt \quad (2.6)$$

e que na maioria dos problemas de engenharia sísmica assume o valor zero.

Acontece porém que os movimentos sísmicos, devido à grande complexidade que os envolve, não são definidos através duma formulação analítica mas descritos através de um número finito de pontos que constituem o resultado das digitalizações dos movimentos do solo. Nestas circunstâncias, considerando-se a variável temporal  $x(t_k)$ , com

$$t_k = k \Delta t \quad (2.7)$$

em que  $k = 1, 2, 3 \dots N$ , a transformada discreta de Fourier – DFT (*Discrete Fourier Transform*), através da qual se obtém os coeficientes de Fourier, é definida pela expressão

$$X(\omega_n) = \Delta t \sum_{k=1}^N x(t_k) e^{-i\omega_n t_k} \quad (2.8)$$

Chama-se a atenção para o facto dos coeficientes de Fourier –  $X(\omega_n)$  – serem variáveis complexas do tipo  $(a \pm ib)$ , cujas unidades são idênticas às do processo inicial multiplicadas pela unidade de tempo.

Importa também referir que a transformada de Fourier pode ser invertida, isto é, para um processo definido num conjunto de frequências igualmente espaçadas, utilizando-se a transformada inversa de Fourier – IDFT (*Inverse*

*Discrete Fourier Transform*) obtém-se novamente a variável temporal  $x(t_k)$ , quantificada pela expressão

$$x(t_k) = \Delta\omega \sum_{n=1}^N X(\omega_n) e^{-i\omega_n t_k} \quad (2.9)$$

A formulação matemática da DFT foi desenvolvida muitos anos antes dos computadores digitais se encontrarem disponíveis e, aquando do aparecimento destas máquinas, Cooley e Tukey (1965) desenvolveram um eficiente algoritmo computacional para o cálculo da DFT, considerando que o valor de  $N$  é um valor que resulta numa potência de 2. Este algoritmo, habitualmente designado por transformada rápida de Fourier – FFT (*Fast Fourier Transform*) – exige, de facto, tempos de cálculo muito inferiores aos exigidos pela DFT na sua versão original, e tem sido largamente utilizado em aplicações numéricas no âmbito da engenharia sísmica.

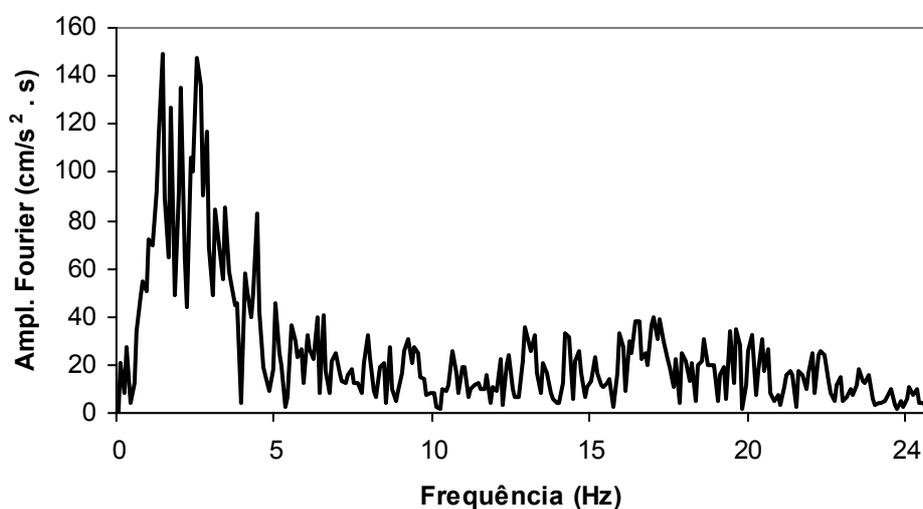
A implementação computacional da FFT em *Fortran IV* encontra-se publicada por Newland (1975), encontrando-se no anexo I do presente trabalho a adaptação da rotina de Newland à linguagem *Fortran 95*.

Tendo em atenção a exposição anterior, o cálculo do espectro de amplitude de Fourier de uma variável temporal  $x(t)$  é obtido calculando-se, em primeiro lugar, a transformada de Fourier de  $x(t)$  de modo a obter-se a variável no domínio da frequência –  $X(\omega_n)$ . Posteriormente, e atendendo que a cada componente da variável  $X(\omega_n)$  corresponde um número complexo do tipo  $(a_n \pm i b_n)$ , calcula-se então a amplitude e a fase do movimento para a frequência  $\omega_n$ , através das expressões

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (2.10)$$

$$\phi_n = \tan^{-1}\left(\frac{a_n}{b_n}\right) \quad (2.11)$$

O cálculo de espectros de amplitude de Fourier encontra-se implementado no programa de cálculo automático *S/SMO* (Fragoso, 1991), o qual foi utilizado na determinação do espectro de Fourier que se apresenta na Fig. 3 correspondente à história de acelerações apresentada na Fig. 1. Para o caso ilustrado, o espectro foi calculado com um filtro passa-alto de 0.04 Hz e um filtro passa-baixo de 25.0 Hz, concluindo-se que o espectro de amplitudes de Fourier mostra, de forma clara, o conteúdo de frequências do movimento sísmico, sendo possível observar, através da Fig. 3, que as maiores amplitudes do movimento situam-se numa banda de frequências compreendidas entre os 0.0 e os 5.0 Hz.



*Fig. 3 – Espectro de amplitudes de Fourier para a história de acelerações da componente N-S do sismo de 9 de Julho de 1998 ocorrido na Ilha do Faial.*

### **2.3 Representação por Espectros de Resposta**

George W. Housner foi o precursor dos espectros de resposta em engenharia sísmica, constituindo, hoje, este tipo de representação das vibrações sísmicas

aquele que maior divulgação e maior utilização tem tido no dimensionamento e na análise das estruturas aos sismos.

Por detrás dos espectros de resposta encontra-se o conceito da caracterização das vibrações sísmicas através dos seus efeitos em osciladores lineares de 1 grau de liberdade (1GL). Neste contexto, o espectro de resposta define a resposta máxima que ocorre em sistemas lineares de 1GL, quando solicitados por uma componente dum movimento sísmico, osciladores estes caracterizados, genericamente, por uma frequência ou período próprios ( $f_n$  ou  $T_n$ ) e ainda pelo seu coeficiente de amortecimento viscoso ( $\xi$ ).

Considere-se a Fig. 4 onde se ilustra um oscilador linear de 1 GL, caracterizado com uma massa  $m$ , amortecimento  $c$  e rigidez  $k$ , sujeito a uma história de acelerações na base definida por  $\ddot{u}_g(t)$ .

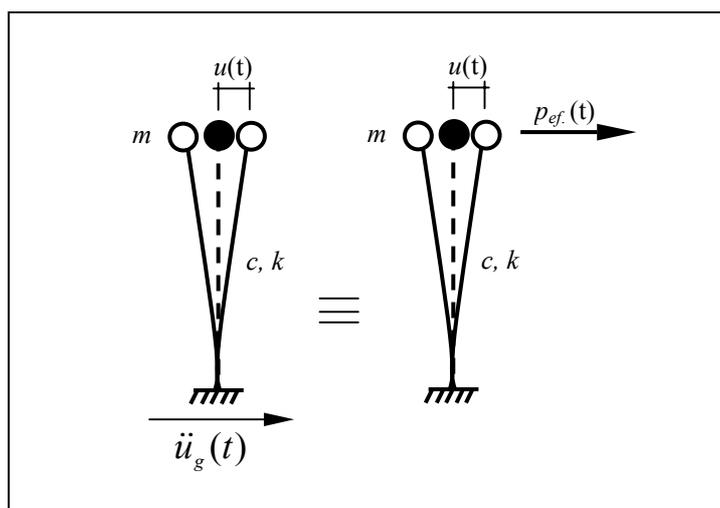


Fig. 4 – Oscilador linear de 1 GL sujeito a um movimento na base.

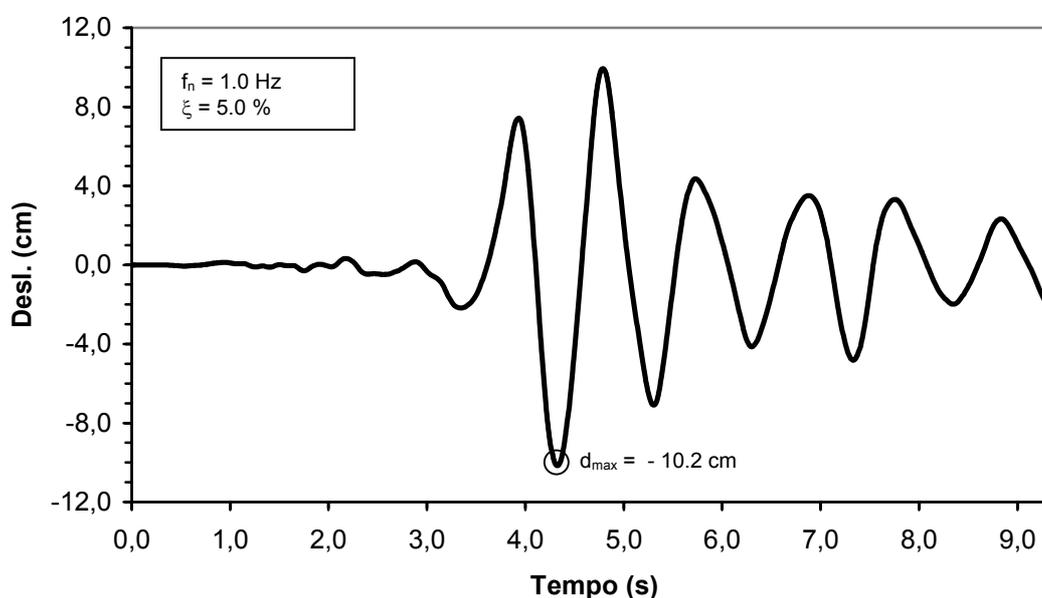
A equação que controla a resposta do sistema ao longo do tempo, ou seja, a história de deslocamentos relativos  $u(t)$  no topo do sistema, é expressa por

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (2.12)$$

ou

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p_{ef.}(t) \quad (2.13)$$

Atendendo a que a força de excitação do sistema varia aleatoriamente no tempo, a resolução da equação diferencial (2.13) só é possível através de adequados métodos numéricos, sendo exemplo de um deles o método proposto por Newmark (1959). Utilizando este método, mostra-se na Fig. 5 a resposta obtida num sistema linear de 1 GL, com uma frequência própria de 1.0 Hz e um coeficiente de amortecimento viscoso de 5.0 %, o qual foi submetido à história de acelerações que se encontra patente na Fig. 1.



*Fig. 5 – Resposta em deslocamento relativo dum oscilador linear de 1 GL à componente N–S do sismo de 9 de Julho de 1998 ocorrido na Ilha do Faial.*

Extraindo-se da resposta temporal o deslocamento máximo (em valor absoluto) ocorrido no oscilador, obtém-se assim o deslocamento espectral  $d_{max}$  correspondente ao valor de  $T_n = 1.0 \text{ s}$  e  $\xi = 5.0 \%$ .

Repetindo este procedimento para um mesmo coeficiente de amortecimento viscoso e para uma gama variada de períodos próprios do oscilador, obter-se-ia o espectro de resposta de deslocamento relativo ( $S_d$ ) que se mostra na Fig. 6, correspondente à componente N-S do sismo do Faial.

Para frequências próprias de estruturas geralmente compreendidas entre 0.5 e 5.0 Hz, é válido obter-se os espectros de velocidade relativa ( $S_v$ ) e de aceleração absoluta ( $S_a$ ), a partir do espectro de deslocamento relativo ( $S_d$ ). Os espectros assim obtidos são designados por pseudo-espectros e as expressões de cálculo que os permite obter são as seguintes:

$$S_v = \omega_n S_d = \frac{2\pi}{T_n} S_d \quad (2.14)$$

$$S_a = \omega_n^2 S_d = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 S_d \quad (2.15)$$

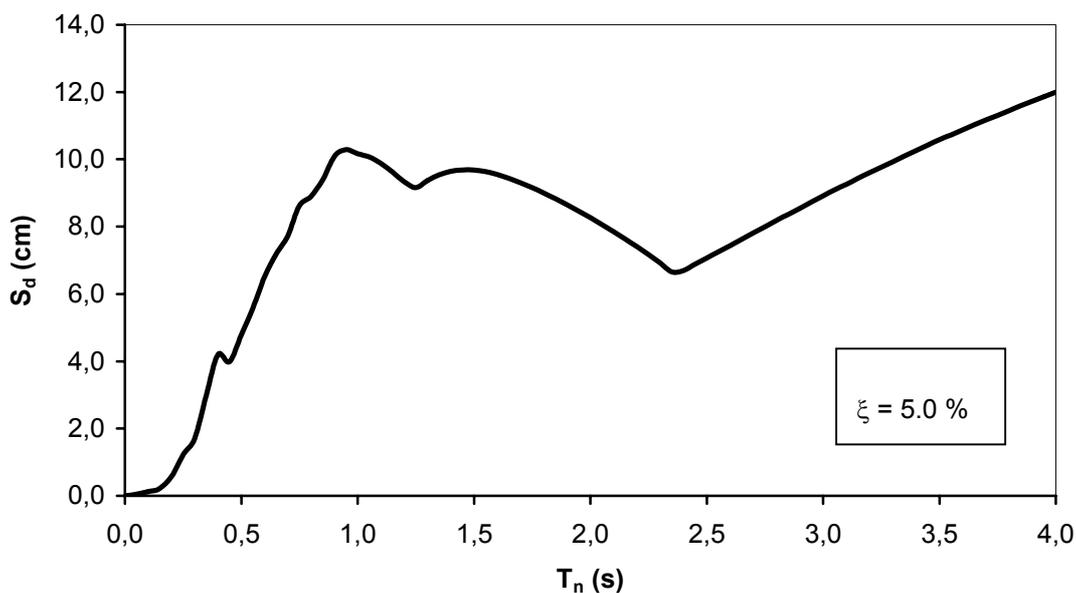
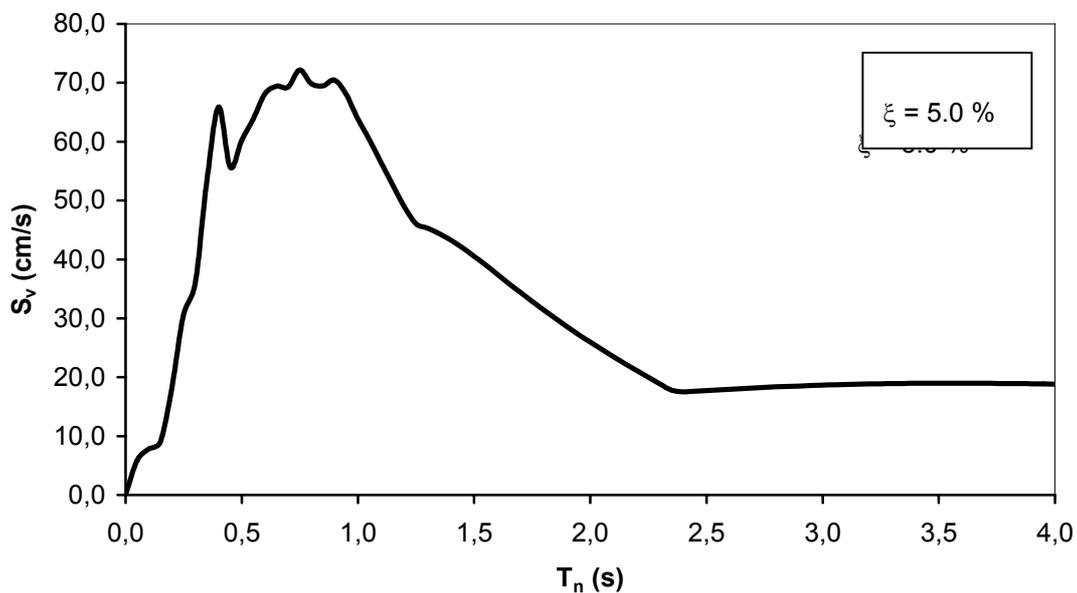
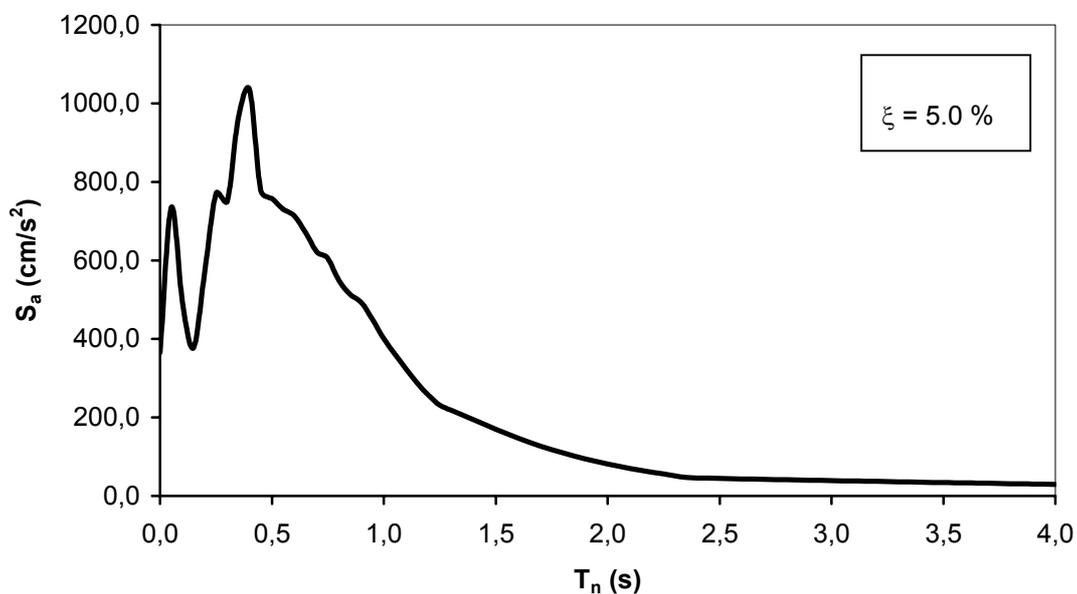


Fig. 6 – Espectro de resposta de deslocamento relativo da componente N-S do sismo de 9 de Julho de 1998 ocorrido na Ilha do Faial.

Nas Fig. 7 e 8 apresenta-se, respectivamente, o espectro de velocidade relativa e o espectro de aceleração absoluta, obtidos a partir do espectro de deslocamento relativo da Fig. 6.



*Fig.7 – Espectro de resposta de velocidade relativa da componente N-S do sismo de 9 de Julho de 1998 ocorrido na Ilha do Faial.*



*Fig.8 – Espectro de resposta de aceleração da componente N-S do sismo de 9 de Julho de 1998 ocorrido na Ilha do Faial.*

Do ponto de vista prático, os espectros de resposta permitem a aplicação dos conhecimentos de dinâmica estrutural ao dimensionamento das estruturas às acções sísmicas, de acordo com as exigências dos regulamentos e códigos de estruturas, como é o caso do RSA (1983) e do EC8 (CEN,2003), sendo usual a obtenção dos coeficientes sísmicos através dos espectros de aceleração absoluta e a utilização dos espectros de deslocamento relativo na análise dinâmica de estruturas.

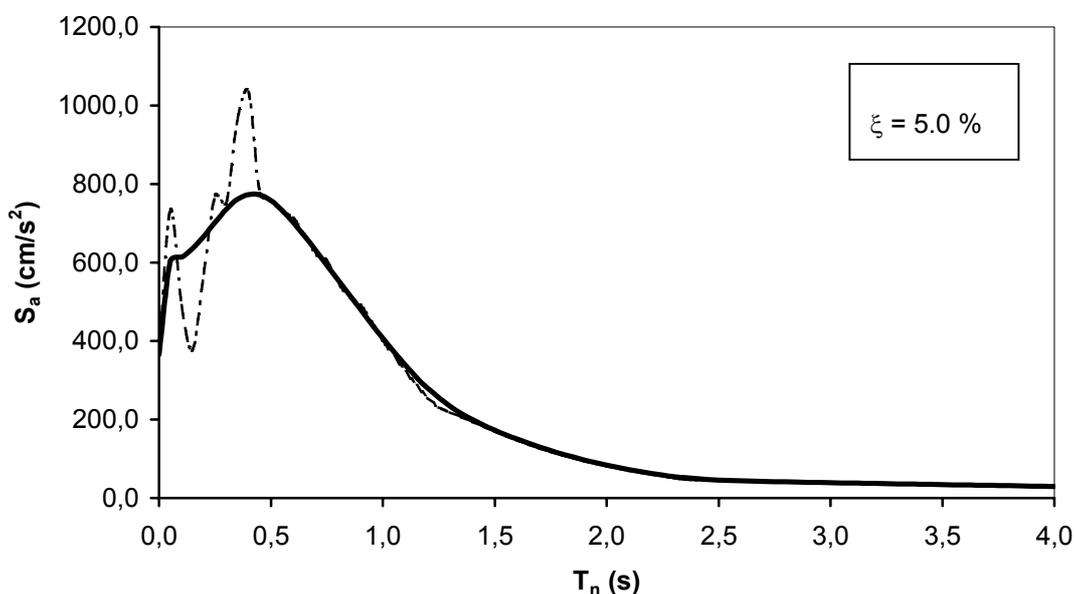
Apesar da obtenção dos espectros de resposta de movimentos sísmicos exigir um volume de cálculo considerável, é no entanto constituído por um conjunto de procedimentos, relativamente simples, que, sumariamente, podem ser descritos nos seguintes passos:

- i. Obter a história de acelerações no solo –  $\ddot{u}_g(t)$  correspondente à componente do movimento sísmico acerca do qual se pretende calcular o espectro de resposta e definir o intervalo de tempo associado ao movimento;
- ii. Seleccionar, para o oscilador linear de 1 GL, o período próprio e o amortecimento viscoso do sistema;
- iii. Calcular a resposta do oscilador em termos de deslocamentos relativos, através de um adequado método numérico;
- iv. Extrair da resposta do oscilador o valor máximo da deformação no topo – valor espectral  $S_d$ ;
- v. Calcular as ordenadas espectrais  $S_v$  e  $S_a$  pelas Eq. (2.14) e (2.15);
- vi. Repetir os passos *ii* a *v* cobrindo uma gama de períodos e de coeficientes de amortecimento de interesse prático em engenharia sísmica;
- vii. Apresentar os resultados obtidos em forma gráfica.

Este conjunto de procedimentos encontra-se implementado no programa *SPECTRUM\_R* (Fragoso, 2004-a), tendo-se obtido através deste programa os espectros de resposta que constam nas Fig. 6, 7 e 8.

Por vezes, interessa apresentar os espectros de resposta sob formas mais genéricas e abrangentes. Nestes casos aplicam-se sobre os espectros originais técnicas de suavização, obtendo-se assim os espectros suavizados.

A Fig. 9 mostra o espectro de aceleração calculado para o sismo do Faial, apresentando-se conjuntamente o respectivo espectro suavizado.



*Fig.9 – Espectros de resposta de aceleração, calculado e suavizado, correspondentes à componente N-S do sismo de 9 de Julho de 1998 ocorrido na Ilha do Faial.*

A aplicação das técnicas numéricas anteriormente apresentadas sobre um vasto conjunto de movimentos sísmicos registados em relação a uma determinada zona ou local, permite obter os designados *espectros de resposta médios* os quais encontram-se definidos no Regulamento de Segurança e Acções – RSA (1983) para as quatro zonas sísmicas de Portugal e os designados *espectros de resposta elásticos* definidos no Eurocódigo 8 – EC8

(CEN, 2003) e que serão a curto prazo adaptados a Portugal através do DNA (Documento Nacional de Aplicação) português.

Os espectros de resposta anteriormente mencionados, são baseados numa selecção criteriosa de diversos factores relacionados com a sismicidade local, entre os quais se destacam as magnitudes dos sismos, as distâncias focais, os mecanismos das falhas, a geologia atravessada pela passagem das ondas e a geologia e as condições dos solos nos locais estudados.

Para além disso, os *espectros de resposta médios* ou os *espectros de resposta elásticos*, são determinados com base em análises estatísticas que, entre outros factores, contemplam a probabilidade de ocorrência numa determinada ordenada espectral, o seu valor médio e o seu desvio padrão em relação a cada período do espectro. A título de exemplo apresenta-se nas Fig. 10 e 11 os *espectros de resposta médios* definidos pelo RSA (1983) para a zona sísmica A, acção sísmica tipo 1, terreno de fundação do tipo I e os *espectros de resposta elásticos* na versão geral do EC8 (CEN, 2003), referente à zona sísmica A, sismo tipo 1 e classe de terreno do tipo A.

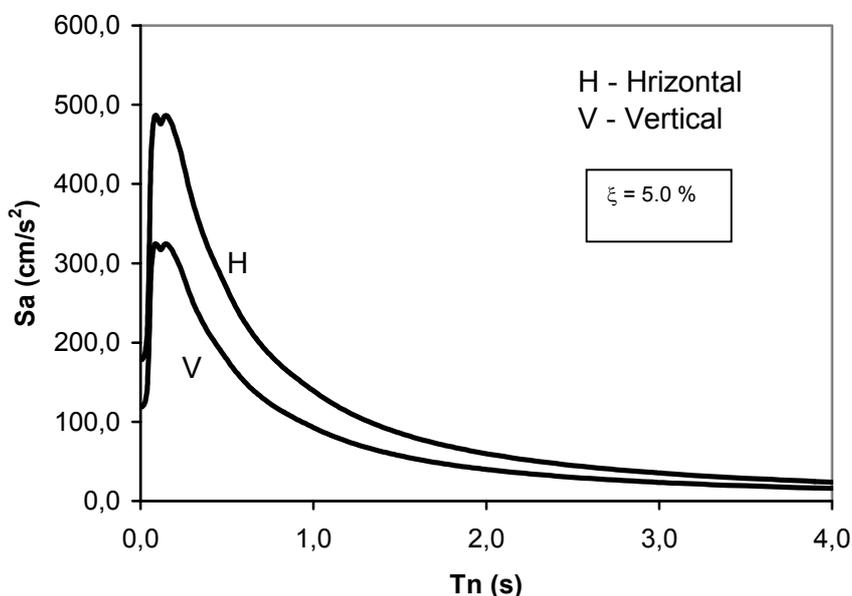
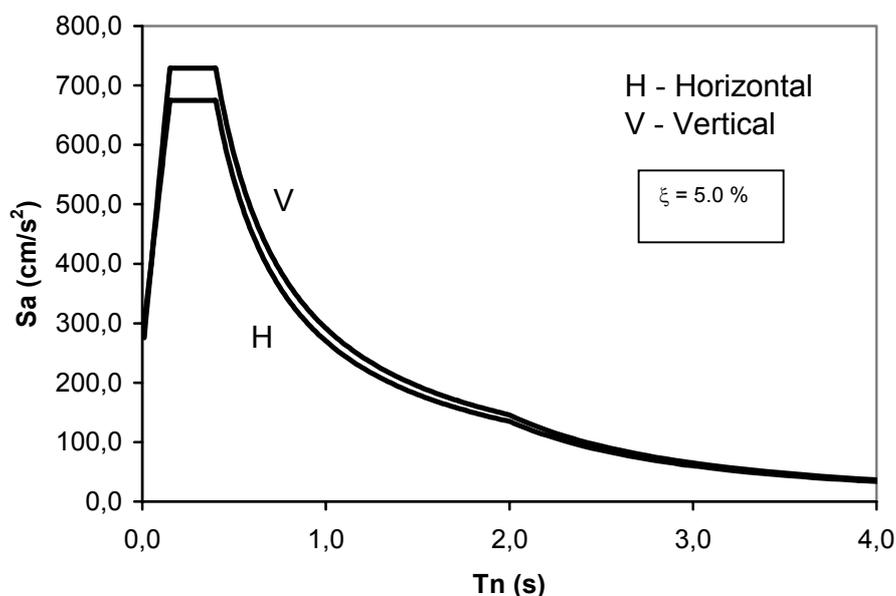


Fig. 10 – *Espectros de resposta de aceleração médios definidos no RSA (1983) para a zona sísmica A, sismo tipo 1, terreno de fundação tipo I.*



*Fig. 11 – Espectros de resposta elásticos de aceleração definidos no EC8 (CEN, 2003) para a zona sísmica A, sismo tipo 1, classe de terreno do tipo A.*

Como se pode observar através das Fig. 10 e 11, o EC8, na sua actual versão, apresenta uma maior densidade espectral nos movimentos verticais, contrariamente ao que sucede com o regulamento português. Tal facto deve-se à grande importância que o EC8 atribui aos sismos com epicentros localizados com distâncias relativamente curtas, sismos estes em que se tem verificado, de facto, a importância relevante das componentes verticais.

#### **2.4 Representação por Espectros de Potência**

A representação das acções dos sismos sobre as estruturas através de espectros de resposta, só poderá ser utilizada nos casos em que as frequências próprias dos modos de vibração que contribuem de forma significativa para a resposta dinâmica da estrutura, apresentam valores bastante distintos, isto é, quando a relação entre duas quaisquer frequências se situa fora do intervalo [0,67;1.5] – RSA (1983).

Por outro lado, e como já foi referido na sub-secção 2.3, os espectros de resposta caracterizam as vibrações sísmicas através de modelos determinísticos, nomeadamente através dos seus efeitos em osciladores lineares de 1 grau de liberdade.

Acontece porém que, a natureza aleatória dos sismos e as irregularidades patentes em todos os acelerogramas, constituem fortes argumentos para a representação dos sismos através de processos estocásticos (Duarte, 1985). Um processo estocástico não é mais do que um modelo matemático, constituído por um conjunto de funções devidamente probabilizado, permitindo o cálculo da resposta de sistemas estruturais através de técnicas que envolve a teoria de vibrações aleatórias.

O Regulamento de Segurança e Acções – RSA (1983) define a acção dos sismos sobre as estruturas como um conjunto de amostras de um processo gaussiano estacionário, com uma determinada duração, ao qual está associado uma função de densidade espectral de potência  $S_a(f)$ , usualmente designada por espectro de potência. Segundo o RSA, o movimento sísmico é constituído por três movimentos de translação (dois horizontais e um vertical), sendo cada função  $S_a(f)$  associada a um determinado movimento sísmico, caracterizada através de parâmetros relacionados com a sismicidade e a natureza do terreno onde se pretende definir a acção sísmica.

O Eurocódigo 8, na versão da Norma Portuguesa NP ENV 1998 (2000), contempla os espectros de potência de aceleração como forma alternativa de representação das acções sísmicas, exigindo que os espectros de potência a adoptar sejam consistentes com os espectros de resposta elásticos associados às três componentes de translação, utilizados na definição básica da acção sísmica segundo o EC8.

A obtenção dos espectros de potência de acções sísmicas, assunto que constitui o principal objectivo deste trabalho, será abordada em pormenor na secção 3 deste trabalho. Por agora, importa apenas salientar a correlação existente entre espectros de potência e espectros de amplitude de Fourier, uma

vez que os espectros de potência pretendem reflectir a energia que os movimentos sísmicos possuem, por unidade de tempo, associada a cada uma das suas frequências de vibração.

Seja então  $\ddot{x}(t)$  a história de acelerações dum movimento sísmico. A intensidade total do movimento, com duração  $T_T$ , é definida pela expressão (Kramer, 1996)

$$I_o = \int_0^{T_T} [\ddot{x}(t)]^2 dt \quad (2.16)$$

Fazendo uso do teorema de Parseval, a intensidade total do movimento pode também ser expressa pela expressão

$$I_o = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_N} c_n^2 d\omega \quad (2.17)$$

em que  $c_n$  representa a amplitude do movimento para a frequência  $\omega_n$  – vd. Eq. (2.10) – e  $\omega_N$  representa a frequência de Nyquist, ou seja, a frequência mais alta das séries de Fourier.

A intensidade média ou o momento espectral de ordem zero –  $\lambda_0$ , é obtido dividindo a intensidade do movimento sísmico pelo tempo de duração total. Nestas condições, obtem-se das Eq. (2.16) e (2.17) a expressão

$$\lambda_0 = \frac{1}{T_T} \int_0^{T_T} [\ddot{x}(t)]^2 dt = \frac{1}{\pi T_T} \int_0^{\omega_N} c_n^2 d\omega \quad (2.18)$$

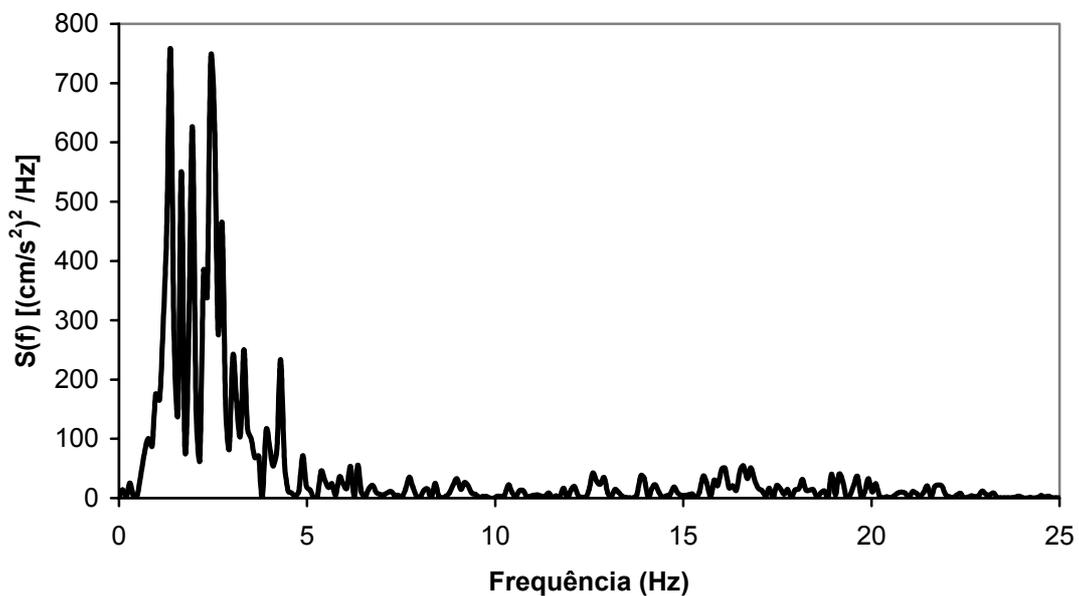
Por outro lado, sabe-se que  $\lambda_0$  relaciona-se com a função de densidade espectral  $S(\omega)$  através da expressão (Fragoso, 2000)

$$\lambda_0 = \int_0^{\omega_N} S(\omega) d\omega \quad (2.19)$$

pelo que ao estabelecer-se as relações entre as Eq. (2.18) e (2.19), verifica-se que

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi T_r} c_n^2 \quad (2.20)$$

Esta expressão traduz a relação directa entre uma função de densidade espectral  $S(\omega)$  e o espectro de amplitudes de Fourier, espectro este quantificado através da variável  $c_n$  definida pela Eq. (2.10), apresentada um pouco mais atrás aquando da exposição realizada na sub-secção 2.2 . A Fig. 12 mostra o espectro de potência da componente N-S do sismo de 9 de Julho de 1998 ocorrido na Ilha do Faial, calculado pela formulação apresentada.



*Fig. 12 – Espectro de potência da história de acelerações da componente N-S do sismo de 9 de Julho de 1998 ocorrido no Faial.*

Como se pode constatar através da Fig. 12, o sismo do Faial teve uma elevada concentração de energia entre os 0.0 e os 5.0 Hz, com valores de pico em torno de, sensivelmente, 2.0 Hz.

### **3. ESPECTROS DE POTÊNCIA COMPATÍVEIS COM ESPECTROS DE RESPOSTA DE ACÇÕES SÍSMICAS**

#### **3.1 Identificação do Problema**

Os movimentos sísmicos impostos às bases das estruturas, influenciam de forma determinante os seus comportamentos estruturais, podendo daí resultar danos estruturais bastante gravosos que, em casos extremos, podem originar o colapso global da estrutura.

Atendendo a que os movimentos sísmicos possuem elevadas incertezas, a forma de as minimizar conduz à utilização de processos estocásticos na modelação das acções sísmicas. Tendo em atenção o que foi referido na sub-secção 2.4, um processo estocástico não é mais do que um modelo matemático constituído por um conjunto de funções, devidamente probabilizado, que permite o cálculo da resposta de sistemas estruturais através de técnicas que envolve a teoria de vibrações aleatórias. Viu-se também na sub-secção 2.4 que o RSA (1983) define, de forma quantitativa, as funções de densidade espectral de potência associadas à sismicidade e à natureza do terreno onde se pretende definir a acção sísmica, enquanto que o Eurocódigo 8, na versão da Norma Portuguesa NP ENV 1998 (2000), contempla os espectros de potência de aceleração como forma alternativa de representação das acções sísmicas, exigindo que os mesmos sejam consistentes com os espectros de resposta elásticos associados às três componentes de translação utilizados na definição básica da acção sísmica proposta pelo EC8.

Inexplicavelmente, a última versão do EC8 (prEN 1998-1, Dezembro 2003), é omissa no que diz respeito à possibilidade de se representar as acções dos sismos sobre as estruturas através de adequados espectros de potência – à semelhança do que fazia a NP ENV 1998 (2000) – esperando-se que esta

constatação seja alterada aquando da elaboração do novo DNA (Documento Nacional de Aplicação) português, a ser apresentado brevemente.

Assumindo-se que a definição das acções dos sismos nas estruturas através de adequados modelos estocásticos, constitui uma garantia da minimização das incertezas associadas aos sismos, reveste-se de importância relevante a obtenção de espectros de potência a partir de espectros de resposta de acções sísmicas, processo este que, como se verá adiante, implica a utilização de técnicas numéricas relativamente complexas e obriga à utilização de meios de cálculo automático, uma vez que o processo envolve técnicas de cálculo iterativas.

Considere-se então a Fig. 13 onde se ilustra um oscilador linear de 1 gl em que  $\omega_n$  representa a frequência natural ou frequência própria do oscilador e  $\xi$  representa o coeficiente de amortecimento viscoso do sistema.

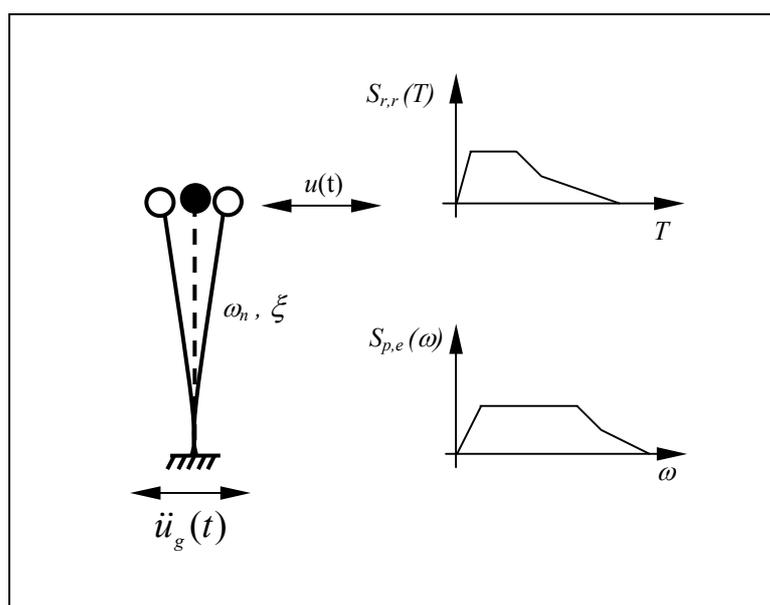
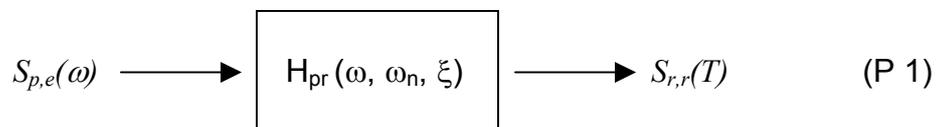


Fig. 13 – Oscilador linear de 1 gl sujeito a um movimento na base.

O oscilador encontra-se submetido a um movimento na base traduzido por uma história temporal de acelerações  $\ddot{u}_g(t)$ , tendo-se modelado este movimento através de um processo gausseano estacionário ao qual está associada uma função de densidade espectral de potência  $S_{p,e}(\omega)$ , vulgarmente designada por espectro de potência de aceleração.

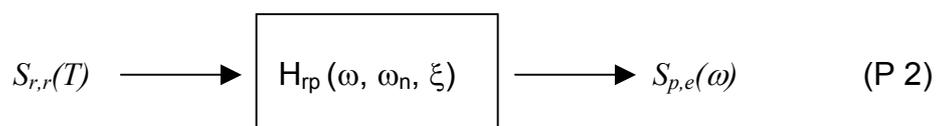
A resposta do oscilador ao movimento imposto na base é traduzida pelo movimento da massa ao nível do topo (história de deslocamentos relativos  $u(t)$ ), obtendo-se uma diversificação de histórias à medida que se varia o valor da frequência  $\omega_n$  do oscilador. Extraíndo-se de cada um destes movimentos os respectivos valores máximos, obtém-se assim o espectro de resposta de deslocamento relativo do oscilador e, conseqüentemente, o pseudo-espectro de aceleração relativa  $S_{r,r}(T)$  - *vd.* sub-secção 2.3 .

Em termos puramente esquemáticos, a relação entre a acção a que o oscilador se encontra sujeito ( $S_{p,e}(\omega)$ ) e a resposta do oscilador a esta mesma acção ( $S_{r,r}(T)$ ), pode ser representada pelo processo



em que  $H_{pr}(\omega, \omega_n, \xi)$  representa a função de transferência do movimento da base para o movimento no topo do oscilador, ou seja, a função  $H_{pr}(\omega, \omega_n, \xi)$  permite a obtenção dum espectro de resposta de aceleração a partir dum espectro de potência de aceleração.

Acontece porém que, dentro do contexto de obtenção de espectros de potência compatíveis com espectros de resposta, o espectro pretendido não é o espectro de resposta mas sim o espectro de potência. Nesta sequência, o processo a realizar será o processo inverso ao P1, assumindo então a forma



Neste último processo, a função  $H_{rp}(\omega, \omega_n, \xi)$  representa a função que permite a obtenção dum espectro de potência de aceleração na base do oscilador, a partir dum espectro de resposta de aceleração no topo do oscilador.

A obtenção directa, por via analítica ou por via numérica, das funções  $H_{pr}$  ou  $H_{rp}$ , não constitui uma tarefa de fácil execução, desconhecendo-se se tais funções foram alguma vez obtidas. Por esta razão, a concretização do processo P2, ou seja, a obtenção do espectro de potência  $S_{p,e}(\omega)$  a partir do espectro de resposta  $S_{r,r}(T)$ , é conseguida através do recurso a um processo de cálculo iterativo que, em termos genéricos, envolve os seguintes passos:

- Seleccionar o espectro de resposta “alvo” –  $S_{r,a}(\omega)$ , ou seja, o espectro de resposta a partir do qual se pretende obter o espectro de potência compatível;
- Seleccionar, para a base do oscilador, um espectro de potência inicial –  $S_{p,e}^0(\omega)$ ;
- Processo iterativo: Para  $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ 
  - a. Calcular, para o espectro de potência da base do oscilador  $S_{p,e}^i(\omega)$ , o espectro de resposta no topo do oscilador –  $S_{r,r}^i(\omega)$ ;
  - b. Comparar o espectro de resposta obtido –  $S_{r,r}^i(\omega)$  com o espectro de resposta alvo –  $S_{r,a}(\omega)$ :
    - i. Se  $S_{r,r}^i(\omega) \approx S_{r,a}(\omega)$ , parar o processo iterativo sendo então o espectro de potência  $S_{p,e}^i(\omega)$  compatível com o espectro de resposta  $S_{r,a}(\omega)$ ;

- ii. Se  $S_{r,r}^i(\omega) \neq S_{r,a}(\omega)$ , definir uma nova estimativa do espectro de potência na base do oscilador –  $S_{p,e}^{i+1}(\omega)$  e voltar ao passo a.

A formulação associada aos diversos passos do processo de cálculo iterativo anteriormente apresentado, será objecto da secção seguinte.

### **3.2 Resolução Analítica do Problema**

A resolução analítica do processo de cálculo iterativo apresentado na sub-secção 3.1, pode ser agrupada segundo três itens fundamentais do processo, nomeadamente: o cálculo dum espectro de resposta a partir dum dado espectro de potência (passo a do processo de cálculo iterativo – *vd.* sub-secção 3.1); o cálculo duma nova estimativa para um dado espectro de potência (passo b.ii do processo de cálculo - *vd.* sub-secção 3.1) e; os critérios de paragem a adoptar no processo iterativo (passo b.i do processo de cálculo). As matérias do âmbito destes três assuntos são explanadas nas sub-secções seguintes.

#### **3.2.1 Cálculo dum Espectro de Resposta a Partir dum Espectro de Potência**

Demonstra-se que se a acção na base dum oscilador for um processo estocástico gausseano e estacionário, caracterizado por um espectro de potência genérico  $S_{p,e}(\omega)$ , a resposta do oscilador é também um processo estocástico gausseano e estacionário, com espectro de potência definido pela expressão, Clough e Penzien (1993), Duarte (1974)

$$S_{p,r}(\omega) = |H(\omega, \omega_n, \xi)|^2 S_{p,e}(\omega) \quad (3.1)$$

em que  $H(\omega, \omega_n, \xi)$  representa a função de transferência do movimento da base para o movimento da massa no topo do oscilador que, no caso dos espectros da acção e da resposta serem espectros de aceleração, é definida pela expressão

$$|H(\omega, \omega_n, \xi)|^2 = \left| \frac{\omega^2 + 2i\xi\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\xi\omega_n\omega} \right|^2 \quad (3.2)$$

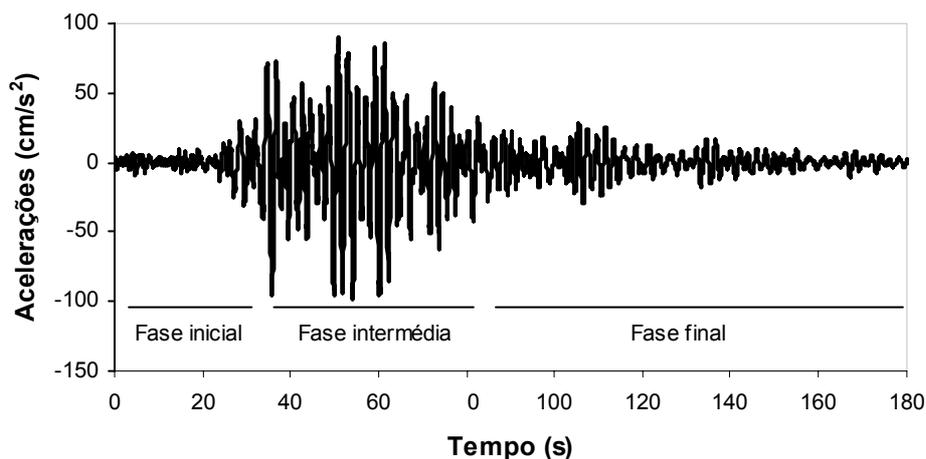
em que  $i$  representa o número complexo igual a  $\sqrt{-1}$ .

Portanto, através das Eq. (3.1) e (3.2), é possível obter o espectro de potência de aceleração associado à resposta dum qualquer oscilador solicitado na sua base por um espectro de potência de aceleração. A questão põe-se agora na passagem do espectro de potência  $S_{p,r}(\omega)$  correspondente à resposta do oscilador para o respectivo espectro de resposta  $S_{r,r}(\omega)$ , de modo a cumprir-se o passo a do processo de cálculo iterativo apresentado na sub-secção 3.1. Por outras palavras, pretende-se obter o espectro de resposta do oscilador correspondente ao espectro de potência da resposta do mesmo oscilador, matéria esta que foi alvo dos estudos realizados por Pereira (1974) e Duarte (1974).

Segundo aqueles autores, num intervalo de tempo com duração total  $T_t$ , a resposta dum oscilador apresenta uma distribuição do maior dos máximos que pode ser aproximada através duma distribuição de Kramer. Nesta sequência, o cálculo do espectro de resposta a partir dum espectro de potência, fica então condicionado pela escolha do valor que sintetize, por um lado, a distribuição estatística do maior dos máximos e, por outro lado, que seja capaz de representar o valor máximo da resposta.

Duarte (1974), no estudo realizado sobre o oscilador linear de 1 gl e suas aplicações a engenharia sísmica, conclui que sendo um sismo composto essencialmente por três fases, nomeadamente, pela fase inicial onde ocorre o

crescimento das amplitudes das vibrações, pela fase intermédia onde se admite a estacionaridade das amplitudes e pela fase final onde se verifica o decréscimo das amplitudes – *vd.* a título de exemplo a Fig. 14, a resposta dum qualquer oscilador aos movimentos impostos na base com as três fases cujas características foram anteriormente apresentadas, assume também configurações análogas.



*Fig. 14 - Histórias de acelerações da componente N-S do sismo da Cidade do México – Estação 1, ocorrido em 19 de Setembro de 1995.*

Assim, a ocorrência do maior dos máximos na resposta do oscilador, situa-se na fase intermédia da resposta – fase onde se admite a estacionaridade das amplitudes do movimento – pelo que é de admitir que a duração do intervalo de tempo do processo estacionário corresponda à duração da fase em que ocorre as maiores amplitudes do movimento sísmico.

Apesar de se saber que a duração a atribuir ao processo depende da duração do sismo e das influências do regime livre no início da resposta do oscilador bem como da transição para a fase final da resposta, verifica-se no entanto que as variações do intervalo de tempo a atribuir ao processo, acabam por ter influências muito reduzidas no cálculo dos valores máximos da resposta, a

partir do momento em que se considere uma duração superior a 10 períodos da resposta do oscilador (Duarte, 1974).

Em relação à questão da sintetização da distribuição estatística do maior dos máximos, desde que se considere para a duração do sismo valores superiores aos tais 10 períodos da resposta do oscilador, os valores da média, da moda e da mediana da resposta do oscilador, são, praticamente, iguais, pelo que, por facilidade de cálculo, toma-se o valor da mediana para representar a estimativa do valor máximo da resposta do oscilador, mediana esta cujo valor tem uma probabilidade de 50% de ser excedido. Nestas circunstâncias, a estimativa do valor máximo da resposta do oscilador é definida pela expressão

$$R_{\max} = \sqrt{2\lambda_0 \left[ \ln \left[ \frac{T_t \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}}}{2\pi} \right] - \ln(\ln(2.0)) \right]} \quad (3.3)$$

em que  $\lambda_0$  e  $\lambda_2$  representam, respectivamente, os momentos espectrais de ordem zero e de ordem dois da função de densidade espectral da resposta do oscilador, quantificados pelas seguintes expressões:

$$\lambda_0 = \int_0^{\infty} S_{p,r}(\omega) d\omega = \int_0^{\infty} |H(\omega, \omega_n, \xi)|^2 S_{p,e}(\omega) d\omega \quad (3.4)$$

$$\lambda_2 = \int_0^{\infty} \omega^2 S_{p,r}(\omega) d\omega = \int_0^{\infty} \omega^2 |H(\omega, \omega_n, \xi)|^2 S_{p,e}(\omega) d\omega \quad (3.5)$$

Fica então claro que, a partir do momento em que seja conhecido o espectro de potência da acção  $S_{p,e}(\omega)$  conjuntamente com a função de transferência  $H(\omega, \omega_n, \xi)$  do movimento ou, então, o espectro de potência associado à resposta do oscilador –  $S_{p,r}(\omega)$ , é possível calcular os valores dos momentos espectrais definidos pelas Eq. (3.4) e (3.5), valores estes que, posteriormente, são utilizados no cálculo da estimativa do valor máximo da resposta do oscilador quantificado através da Eq. (3.3).

A obtenção dos momentos espectrais  $\lambda_0$  e  $\lambda_2$  pode ser concretizada por via analítica ou por via numérica. No entanto, esta última via apresenta como desvantagem o facto das soluções daí resultantes, serem sempre valores aproximados aos valores exactos dos integrais definidos pelas Eq. (3.4) e (3.5).

Nesta sequência, a via analítica apresenta-se como sendo a via mais adequada para a resolução do problema, estando a sua concretização dependente da função que for escolhida para representar o espectro de potência da acção. Sendo usual adoptar-se a representação poligonal para o espectro  $S_{p,e}(\omega)$  – Fig. 15, um qualquer valor pertencente a um troço do espectro, é então quantificado pelas expressões

$$S_{p,e,i}(\omega) = S_{p,e,i} + (\omega - \omega_i) \frac{S_{p,e,i+1} - S_{p,e,i}}{\omega_{i+1} - \omega_i} \quad \text{para } \omega_i \leq \omega \leq \omega_{i+1} \quad (3.6)$$

$$S_{p,e,i}(\omega) = 0 \quad \text{para } \omega < \omega_i \text{ ou } \omega > \omega_{i+1}$$

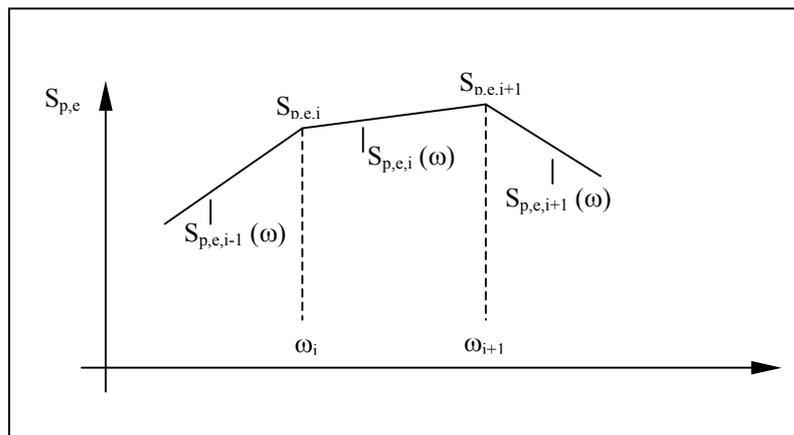


Fig. 15 – Representação poligonal do espectro de potência da acção.

Neste contexto, os momentos espectrais  $\lambda_0$  e  $\lambda_2$  são calculados pelas expressões

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \delta\lambda_{0,i} = \sum_{i=1}^n \int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} \frac{\omega^4 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2} S_{p,e,i}(\omega) d\omega \quad (3.7)$$

$$\lambda_2 = \sum_{i=1}^n \delta\lambda_{2,i} = \sum_{i=1}^n \int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} \frac{\omega^4 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2} \omega^2 S_{p,e,i}(\omega) d\omega \quad (3.8)$$

em que  $n$  representa o número de troços poligonais do espectro de potência da acção e  $S_{p,e,i}(\omega)$  representa o troço do espectro de potência compreendido entre  $\omega_i$  e  $\omega_{i+1}$  definido pela Eq. (3.6).

Sintetizando os conceitos expostos ao longo desta sub-secção, conclui-se que seleccionando um conjunto de osciladores caracterizados por um coeficiente de amortecimento viscoso  $\xi$  e frequências próprias situadas entre  $\omega_{min}$  e  $\omega_{max}$ , é possível obter-se o espectro de resposta  $S_{r,r}(\omega)$  associado aos movimentos da base modelados através dum espectro de potência  $S_{p,e}(\omega)$ , utilizando-se para tal a Eq. (3.3) e restantes equações associadas.

### 3.2.2 Cálculo de Novas Estimativas do Espectro de Potência

Obtido o espectro de resposta correspondente a uma iteração  $i$  do processo de cálculo apresentado na sub-secção 3.1 –  $S_{r,r}^i(\omega)$ , espectro este determinado de acordo com os procedimentos numéricos da sub-secção 3.2.1, é necessário proceder-se à comparação com o espectro de resposta “alvo” –  $S_{r,a}(\omega)$ . Se desta comparação se verificar que  $S_{r,r}^i(\omega) \neq S_{r,a}(\omega)$ , ter-se-á de calcular uma nova estimativa do espectro de potência, ou seja, um novo espectro para a acção na base do oscilador –  $S_{p,e}^{i+1}(\omega)$ .

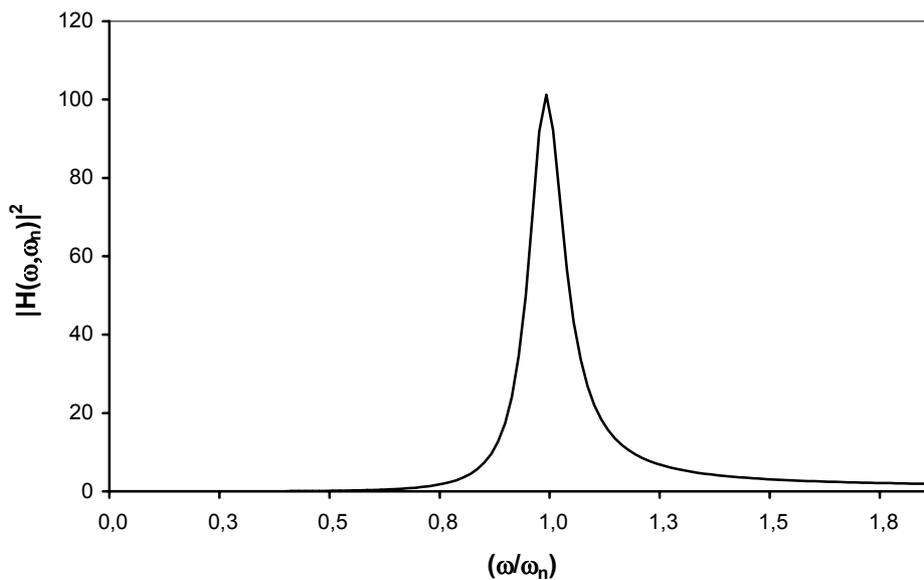
Este novo espectro, calculado ponto a ponto, é obtido por aplicação consecutiva da expressão

$$S_{p,e}^{i+1}(\omega) = c^i(\omega) S_{p,e}^i(\omega) \quad (3.9)$$

em que  $c^i(\omega)$  representa o coeficiente que deverá ser multiplicado o valor da densidade espectral correspondente a uma determinada frequência  $\omega$ , pertencente ao espectro determinado na iteração anterior – iteração  $i$ .

Observando a Fig. 16 e tendo em atenção a Eq. (3.1), verifica-se que a resposta dum oscilador é fortemente amplificada pela função de transferência em torno da sua frequência própria  $\omega_n$ , ao mesmo tempo que é proporcional à raiz quadrada daquela função. Nestas circunstâncias, é possível definir um intervalo  $[\omega_i; \omega_j]$  em torno de  $\omega_n$ , de modo a que se verifique que  $\omega_i \leq \omega_n \leq \omega_j$ , cujo comprimento será  $2\xi\omega_n$ . Nestas condições, os extremos do intervalo são definidos por

$$\begin{aligned}\omega_i &= \omega_n(1 - \xi) \\ \omega_j &= \omega_n(1 + \xi)\end{aligned}\tag{3.10}$$



*Fig. 16 – Função de transferência das densidades espectrais de aceleração para um coeficiente de amortecimento viscoso de 5.0 %.*

Para este intervalo onde se verifica uma forte amplificação da resposta do oscilador, o coeficiente que multiplica o valor da densidade espectral

correspondente ao espectro de potência determinado na iteração  $i$ , é então quantificado pela expressão

$$c^i(\omega) = \left( \frac{S_{r,a}(\omega)}{S_{r,r}^i(\omega)} \right)^2 \quad (3.11)$$

Para os valores das densidades espectrais correspondentes às frequências do espectro que se situam fora do intervalo atrás definido, o coeficiente  $c^i(\omega)$  deverá ter uma concepção análoga mas, agora, de redução dos valores das densidades espectrais.

### 3.2.3 Critérios de Paragem do Processo Iterativo

Ao empregar-se algoritmos iterativos, um dos cuidados a ter em atenção é o de se saber quando devem terminar as iterações.

Se os cálculos são efectuados manualmente, existe sempre a possibilidade de observar-se, durante as iterações, as evoluções dos valores dos diversos parâmetros envolvidos e concluir-se acerca dos mesmos. Em programas de cálculo automático, tal verificação nem sempre é viável ou desejável, pelo que existe a necessidade de dispor-se de critérios de paragem seguros e automáticos.

Considere-se então o vector  $\{S_{r,a}\}$  como sendo o vector que contém as acelerações espectrais do espectro de resposta “alvo” e o vector  $\{S_{r,r}^i\}$  como sendo o vector que, obtido na iteração  $i$ , contém as acelerações espectrais do espectro de resposta calculado a partir do espectro de potência da acção.

O vector dos erros relativos  $\{E_r^i\}$  associados à obtenção do vector  $\{S_{r,r}^i\}$ , é então determinado termo a termo, sendo cada termo calculado pela expressão

$$E_{r,k}^i = \frac{|S_{r,r,k}^i - S_{r,a,k}|}{S_{r,a,k}} \quad \text{com } k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.12)$$

em que  $n$  representa o número total de pontos do espectro.

A convergência do processo iterativo encontra-se então garantida se

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \left| \|S_{r,r}^i\|_2 - \|S_{r,a}\|_2 \right| = 0 \quad (3.13)$$

sendo  $\|S_{r,r}^i\|_2$  e  $\|S_{r,a}\|_2$  as normas euclidianas dos vectores  $\{S_{r,r}^i\}$  e  $\{S_{r,a}\}$ , respectivamente, calculadas pelas expressões

$$\|S_{r,r}^i\|_2 = \sqrt{\sum_{k=1}^n (S_{r,r,k}^i)^2} \quad (3.14)$$

$$\|S_{r,a}\|_2 = \sqrt{\sum_{k=1}^n (S_{r,a,k})^2} \quad (3.15)$$

Como, em termos práticos, a concretização da Eq. (3.13) constitui uma situação inatingível, atendendo a que ao nível do processamento numérico ocorrem erros de arredondamento inerentes ao sistema de vírgula flutuante do computador, é usual utilizar-se duas técnicas que permitem terminar com segurança o processo iterativo, nomeadamente a técnica da comparação, em termos absolutos e em termos relativos, de dois valores consecutivos das normas dos vectores dos erros, comparações estas definidas pelas expressões

$$\left| \|E_r^{i+1}\|_2 - \|E_r^i\|_2 \right| \leq \varepsilon_1 \quad (3.16)$$

$$\frac{\left| \|E_r^{i+1}\|_2 - \|E_r^i\|_2 \right|}{\|E_r^i\|_2} \leq \varepsilon_2 \quad (3.17)$$

em que a técnica de comparação de valores definida pela Eq. (3.17) apresenta como vantagem o facto de ser indiferente à escala dos números do vector  $\{E_r^i\}$ .

Combinando os dois critérios definidos pelas Eq. (3.16) e (3.17), obtém-se a expressão

$$\left| \|E_r^{i+1}\|_2 - \|E_r^i\|_2 \right| \leq \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \|E_r^{i+1}\|_2 \quad (3.18)$$

Analisando a Eq. (3.18) conclui-se que no caso de  $\|E_r^{i+1}\|_2$  apresentar um valor relativamente pequeno, prevalece o critério da tolerância absoluta. Caso contrário, prevalece o critério da tolerância relativa.

No que diz respeito aos valores das tolerâncias  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  a adoptar no processo iterativo, a experiência tem demonstrado que a escolha de  $\varepsilon_1 = 0.01$  (1% na comparação absoluta de erros relativos) e  $\varepsilon_2 = 0.0001$  (0.01% na comparação relativa de erros relativos), tem conduzido a bons resultados na obtenção de espectros de potência que se desejam compatíveis com espectros de resposta.

Para terminar, é importante dizer-se que, para além dos critérios anteriormente apresentados, a concepção do sistema de paragem do processo iterativo deve ser complementada com um contador de iterações ao qual deve ser fixado um número máximo de iterações a realizar. Deste modo, e na eventualidade do processo não convergir, garante-se, sempre, a paragem do processo iterativo.

### 3.3 Avaliação da Compatibilidade dos Espectros de Potência

A compatibilidade dum determinado espectro de potência em relação a um espectro de resposta que lhe deu origem, é avaliada através da comparação de valores espectrais, estabelecida entre o espectro de resposta “alvo” –  $S_{r,a}(\omega)$  e o espectro de resposta resultante do espectro de potência imposto à base do oscilador –  $S_{r,r}(\omega)$  – Fig. 17.

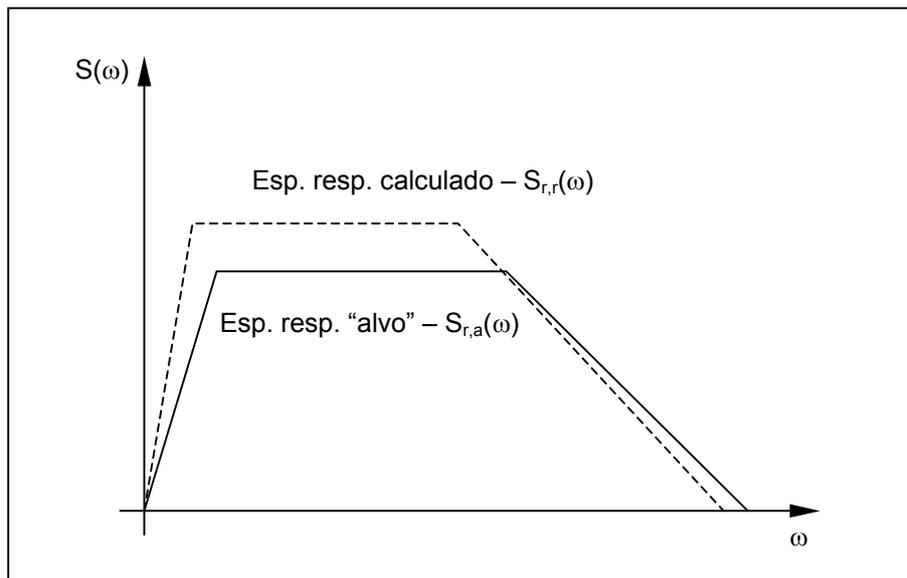
Sendo  $I_a$  e  $I_c$  os valores das áreas subjacentes às curvas espectrais contidas no intervalo  $[\omega_i; \omega_j]$  dos espectros de resposta “alvo” e de cálculo, respectivamente, determinados pelas expressões

$$I_a = \int_{\omega_i}^{\omega_f} S_{r,a}(\omega) d\omega \quad (3.19)$$

$$I_c = \int_{\omega_i}^{\omega_f} S_{r,r}(\omega) d\omega \quad (3.20)$$

O erro relativo  $\delta_l$  cometido entre os dois espectros de resposta para o intervalo definido, é então calculado por

$$\delta_l = \frac{|I_c - I_a|}{I_a} \times 100\% \quad (3.21)$$



*Fig. 17 – Comparação de espectros de resposta “alvo” e de cálculo.*

De acordo com o Eurocódigo 8, o valor de  $\delta_l$  não deve exceder 10.0 % para o intervalo de períodos compreendidos entre 0.20 e 3.5 s.

### 3.4 Suavização de Espectros de Potência

Os espectros de potência produzidos pelo processo de cálculo iterativo apresentado na sub-seção 3.1, apresentam curvas espectrais não suavizadas interessando, na generalidade dos casos, apresentar estes mesmos espectros sob formas mais abrangentes, nomeadamente sob formas suavizadas.

Uma das técnicas correntemente utilizadas na suavização das curvas espectrais é a técnica de ponderação de valores adjacentes designada por “ $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ ”, técnica esta que se ilustra graficamente na Fig. 18.

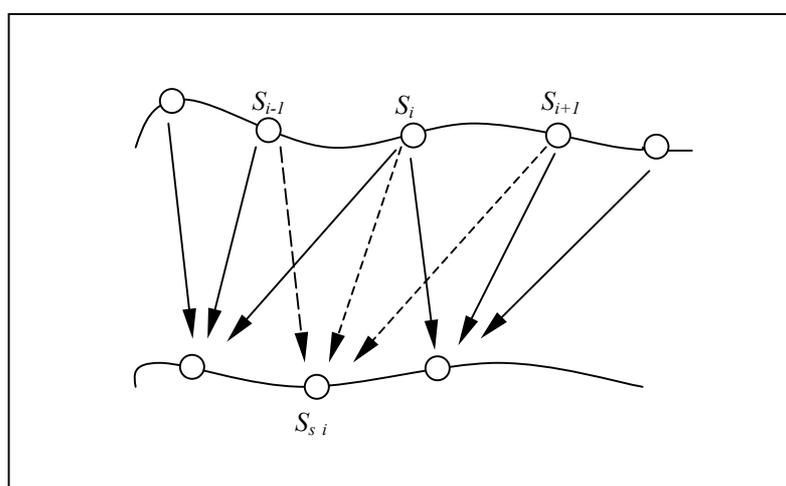


Fig. 18 – Esquema de aplicação da técnica de suavização de espectros.

Considerando os três pontos do espectro não suavizado – pontos ( $S_{i-1}, S_i, S_{i+1}$ ) – o ponto  $S_{s,i}$  do novo espectro suavizado é então calculado aplicando-se aos valores espectrais originais as seguintes ponderações:

$$S_{s,i} = \frac{1}{4}S_{i-1} + \frac{1}{2}S_i + \frac{1}{4}S_{i+1} \quad (3.22)$$

Far-se-á sobre os espectros tantas suavizações quantas se desejar, salientando-se que, à medida que se aumenta o número de suavizações, aumentam também os desvios do espectro de potência suavizado em relação ao espectro de potência que lhe deu origem, ou seja, o espectro de potência

calculado e que se considerou como sendo o espectro considerado compatível com o espectro de resposta que lhe deu origem.

#### **4. PROGRAMA DE CÁLCULO AUTOMÁTICO *SPECTRUM\_P***

A forma de concretizar, do ponto de vista prático, o cálculo de um espectro de potência que se deseja compatível com um determinado espectro de resposta que lhe serviu de base, apenas é possível através da utilização dum programa de cálculo automático, tendo-se desenvolvido para o efeito o programa *SPECTRUM\_P* (Fragoso, 2004-b).

Como é do conhecimento geral, um programa de cálculo consiste num conjunto de comandos codificados numa linguagem de programação adequada que, dispostos numa forma sequencial lógica, permite a execução de todos os procedimentos de cálculo inerentes ao objectivo a atingir com o programa.

No presente caso, utilizou-se a linguagem de programação *FORTRAN 95* da Lahey Computer Systems, Inc. (2004) e os procedimentos de cálculo utilizados no programa basearam-se nos algoritmos apresentados ao longo da secção 3 deste trabalho. O principal objectivo do programa consiste na obtenção de espectros de potência compatíveis com espectros de resposta que lhes servem de base.

Em termos de concepção global do programa, o *SPECTRUM\_P* é constituído por cinco blocos de processamento com as seguintes atribuições:

- Bloco 1: Leitura e escrita de dados;
- Bloco 2: Montagem e escrita do espectro de resposta de aceleração no topo do oscilador;
- Bloco 3: Cálculo do espectro de potência inicial na base do oscilador;
- Bloco 4: Cálculo e escrita do espectro de potência de aceleração na base do oscilador, compatível com o espectro de resposta do oscilador;
- Bloco 5: Avaliação da compatibilidade do espectro de potência de aceleração na base do oscilador.

O programa possui capacidades de cálculo de grande interesse prático, salientando-se como sendo as mais importantes as que a seguir se indicam:

- i. Permite a montagem automática dos espectros de resposta de aceleração no topo do oscilador, definidos de acordo com o RSA (1983) e com o EC8 (CEN, 2003);
- ii. Permite a leitura de um espectro de resposta de aceleração para o topo do oscilador definido pelo utilizador do programa. Esta possibilidade conferida pelo programa reveste-se de grande interesse quando em estudo encontra-se um espectro de resposta associado a um determinado movimento sísmico, acerca do qual pretende-se calcular o espectro de potência compatível;
- iii. Permite o cálculo de espectros de potência associados a um (caso unidimensional), a dois (caso bidimensional) ou a três (caso tridimensional) movimentos da base do oscilador;
- iv. Permite que o espectro de potência de aceleração inicial, associado à base do oscilador e a partir do qual se inicia o processo iterativo de cálculo (vd. secção 3.1), seja montado segundo três modelos, nomeadamente:
  - Modelo 1 - Espectro de potência de ruído branco;
  - Modelo 2 - Espectro de potência trapezoidal;
  - Modelo 3 - Espectro de potência exponencial.
- v. Permite a criação de ficheiros destinados a pós-processamentos gráficos associados aos espectros de resposta de aceleração no topo do oscilador, aos espectros de potência iniciais de aceleração na base do oscilador e, ainda, aos espectros de potência de aceleração calculados e/ou suavizados.

Em termos de resultados fornecidos pelo programa, nas listagens produzidas pelo *SPECTRUM\_P*, consta a seguinte informação:

- i. Parâmetros associados à definição do(s) espectro(s) de resposta, nomeadamente: tipo de espectro(s) (elástico ou de cálculo no caso de espectros do EC8); zona sísmica; tipo de sismo; tipo de solo e; coeficientes de amortecimento viscoso do(s) espectro(s);
- ii. Discretização do(s) espectro(s) de resposta em termos de períodos e de acelerações espectrais;
- iii. Discretização do(s) espectro(s) de potência em termos de frequências e de densidades espectrais de potência e;
- iv. Erros associados à suavização do(s) espectro(s) de potência e avaliação da compatibilidade do(s) mesmo(s).

A utilização do programa *SPECTRUM\_P* faz-se através da leitura, a realizar pelo programa, dum ficheiro de dados que deverá ser criado pelo utilizador. Este ficheiro deverá ter nome e extensão *SPECTRUM.DAD*, apresentando-se no anexo II a forma correcta de dispor os dados necessários ao processamento do programa.

## **5. APLICAÇÕES PRÁTICAS**

Tendo como objectivo a aplicação prática das técnicas de cálculo apresentadas na secção 3 deste trabalho e associadas à obtenção de espectros de potência a partir de espectros de resposta que lhes serviram de base, apresenta-se nas sub-secções 4.1 e 4.2 três exemplos de aplicação do programa *SPECTRUM\_P*.

Os dois primeiros exemplos referem-se a espectros de potência obtidos a partir de espectros de resposta de acções sísmicas regulamentares, nomeadamente em relação aos espectros que se encontram definidos no RSA (1983) e no EC8 (2003). O terceiro exemplo refere-se ao espectro de potência obtido para o sismo de El Centro, ocorrido em 18 de Maio de 1945.

Com os três exemplos anteriormente referidos, pretende-se também demonstrar a aplicabilidade do programa a espectros de resposta com origens bem diferenciadas, como é o caso dos espectros regulamentares e o caso dos espectros de resposta obtidos de registos de movimentos sísmicos.

### **5.1 Espectros de Potência de Representações de Acções Sísmicas Regulamentares**

A Fig. 19 mostra a configuração do espectro de resposta definido pelo RSA (1983) para as componentes horizontais da acção sísmica do tipo 1 em zonas A do território nacional, terrenos de fundação do tipo I e para 5% de amortecimento viscoso dos osciladores. Compatível com este espectro, encontra-se o espectro de potência de aceleração que se mostra na Fig. 20, determinado pelo programa de cálculo *SPECTRUM\_P*.

A título de exemplo, no anexo III encontra-se a listagem produzida pelo programa onde se pode constatar que o espectro de potência calculado, apresenta uma compatibilidade com um erro inferior a 0.00002%.

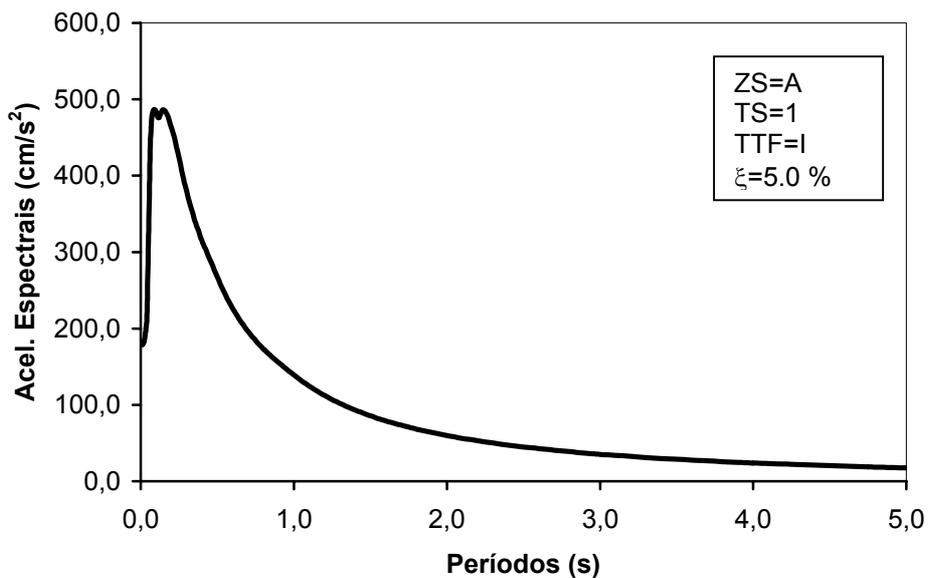


Fig. 19 – Espectro de resposta definido pelo RSA (1983).

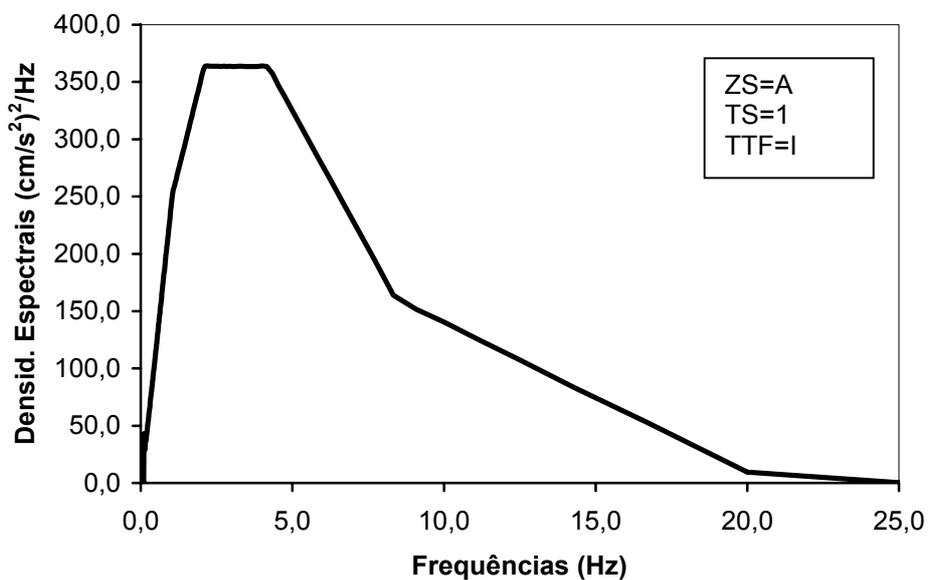


Fig. 20 – Espectro de potência calculado a partir do espectro de resposta do RSA (1983).

À semelhança do exemplo anterior, na Fig. 21 mostra-se o espectro de resposta elástico das componentes horizontais da acção sísmica definida pelo EC8 (2003) para a zona sísmica A, sismo do tipo 1, terreno de fundação da classe A e para osciladores com uma percentagem de amortecimento viscoso de 5%.

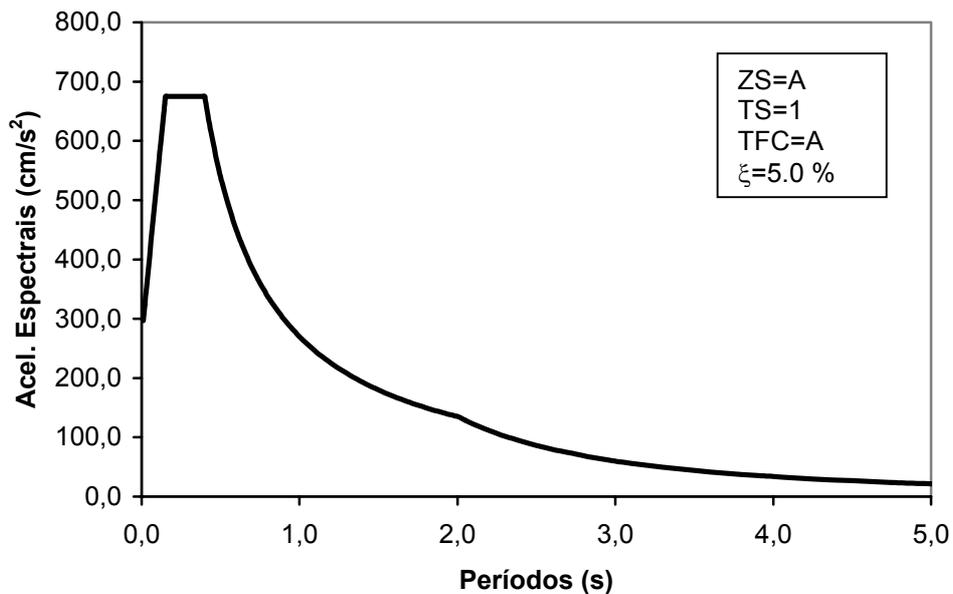


Fig. 21 – Espectro de resposta definido pelo EC8 (CEN, 2003).

Calculado pelo programa *SPECTRUM\_P* encontra-se na Fig. 22 o espectro de potência de aceleração compatível com o espectro de resposta do EC8, espectro este que exhibe uma compatibilidade com um erro inferior a 0.1 %.

Os espectros de potência calculados e os respectivos valores correspondentes à avaliação das compatibilidades dos espectros, demonstram bem a eficiência e a exactidão numérica do programa *SPECTRUM\_P*.

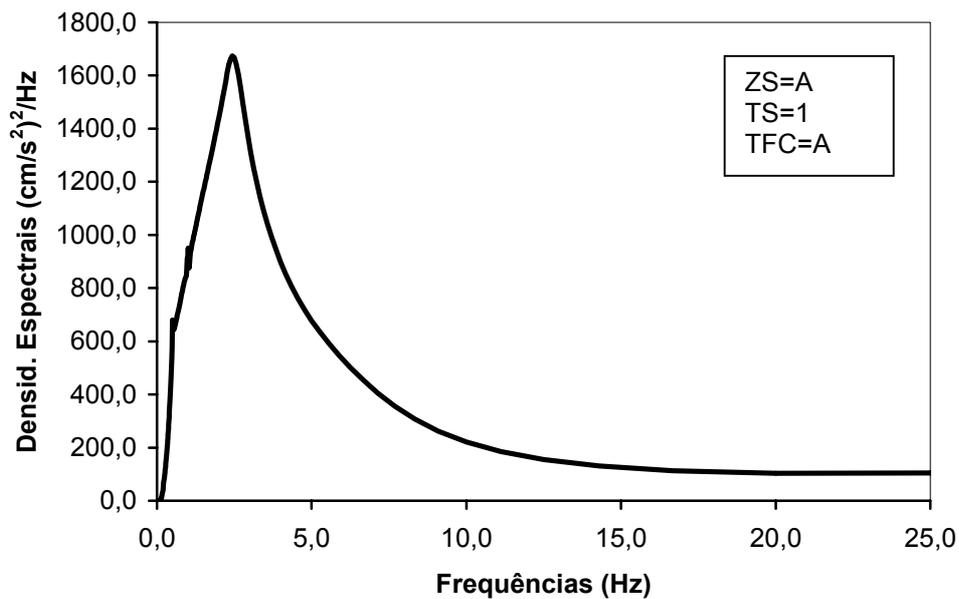


Fig. 22 – Espectro de potência calculado a partir do espectro de resposta do EC8 (CEN, 2003).

## 5.2 Espectros de Potência de Sismos

A história de acelerações da componente Norte – Sul do sismo ocorrido em 18 de Maio de 1945 no Vale Imperial – Califórnia – USA e registado na estação de El Centro, encontra-se patente na Fig. 23.

Calculado pelo programa *ROLKUT* (Fragoso, 2004-c), encontra-se na Fig. 24 o espectro de resposta de aceleração suavizado do registo sísmico anteriormente referido, espectro este que tem em conta a compatibilidade de histórias de deslocamentos, de velocidades e de acelerações do registo sísmico.

Finalmente, na Fig. 25 apresenta-se o espectro de potência suavizado e calculado pelo programa *SPECTRUM\_P*, espectro este compatível com o

espectro de resposta da Fig. 24, tendo esta compatibilidade sido avaliada com um erro inferior a 0.4 %.

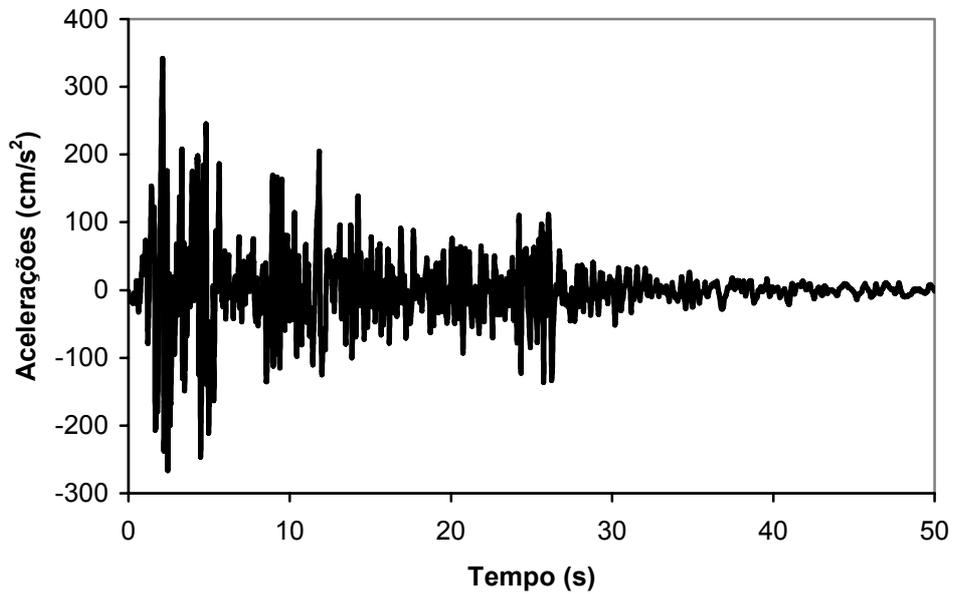


Fig. 23 - História de acelerações da componente N-S do sismo de El Centro, ocorrido em 18 de Maio de 1945.

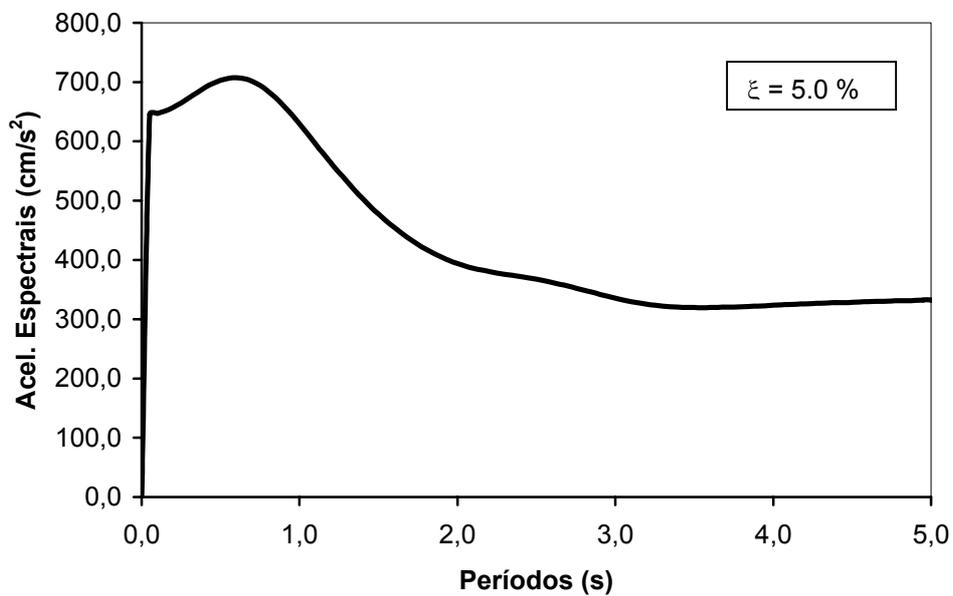
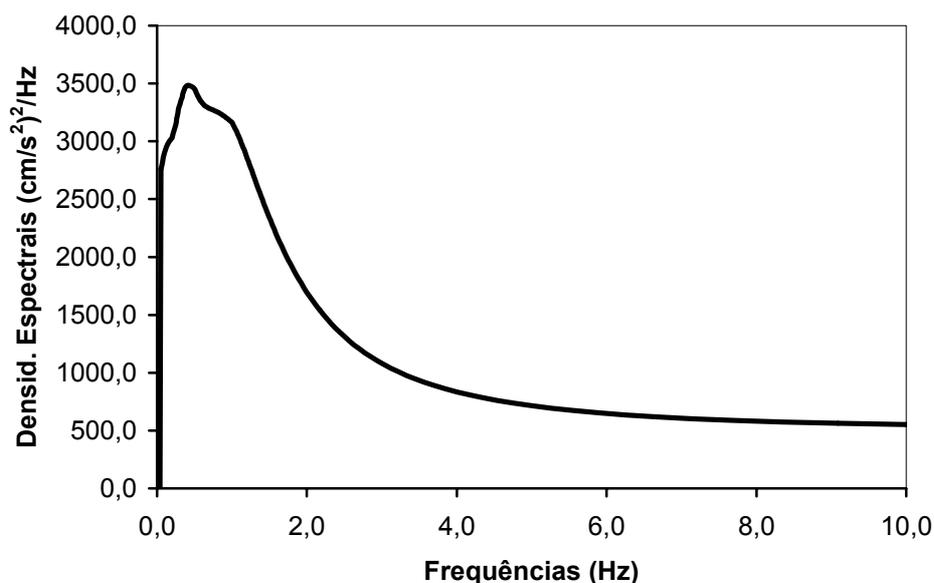


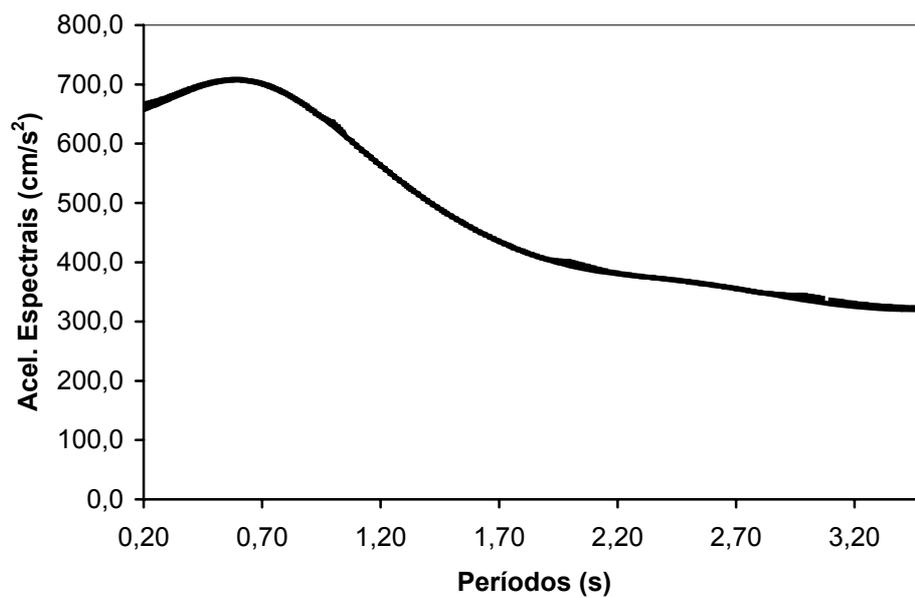
Fig. 24 – Espectro de resposta da componente N-S do sismo de El Centro.



*Fig. 25 – Espectro de potência da componente N-S do sismo de El Centro.*

A compatibilidade do espectro de potência calculado para a componente N – S do sismo de El Centro, pode também ser avaliada sob o aspecto gráfico no intervalo de períodos compreendidos entre 0.2 e 3.5 segundos, de acordo com a definição do EC8 (CEN, 2003). Neste contexto, a Fig. 26 mostra o espectro de resposta “alvo” (ER – A) , ou seja, o espectro de resposta que consta na Fig. 24, bem como o espectro de resposta que constitui o “resultado” (ER – R) do espectro de potência da Fig. 25.

A observação da Fig. 26 permite concluir que para o intervalo de períodos anteriormente definido, a sobreposição das curvas é, praticamente, total, o que resulta numa compatibilidade com um erro inferior a 0.4 %, conforme já foi referido.



*Fig. 26 – Curvas dos espectros de resposta ER – A e ER – R referentes à componente N-S do sismo de El Centro.*

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer deste trabalho abordaram-se diversos aspectos relacionados com a modelação das acções sísmicas nas estruturas, tendo-se dado uma maior importância à modelação através de funções de densidade espectral.

Esta secção, destinada às últimas considerações sobre os assuntos apresentados no decurso deste trabalho, pretende, por um lado, sintetizar todo o trabalho realizado e, por outro lado, apresentar alguns temas para trabalhos futuros.

Neste contexto, na secção 2 apresentaram-se quatro modelos de representação de acções sísmicas bastante divulgados e utilizados em engenharia sísmica, nomeadamente os modelos que utilizam as representações temporais, as representações por espectros de Fourier, as representações por espectros de resposta e as representações por espectros de potência.

Para as quatro representações referidas, identificaram-se os diversos conceitos e parâmetros que intervêm na caracterização das vibrações sísmicas, salientando-se neste âmbito os seguintes aspectos:

- i. As representações temporais dos movimentos sísmicos descrevem no domínio do tempo as amplitudes dos movimentos sendo os parâmetros mais utilizados neste tipo de representação os valores de pico associados às acelerações, velocidades e deslocamentos ocorridos ao longo dos movimentos;
- ii. As representações por espectros de Fourier evidenciam o conteúdo em frequência dos movimentos sísmicos, sendo possível identificar as bandas de frequências que exibem maiores amplitudes;
- iii. Os espectros de resposta constituem representações das acções sísmicas que caracterizam as vibrações dos movimentos sísmicos através dos seus efeitos em osciladores lineares de 1 grau de liberdade. Pela importância que os espectros de resposta assumem em engenharia

sísmica, descreveu-se, de forma pormenorizada, os diversos passos que envolvem o cálculo deste tipo de representação dos movimentos sísmicos.

A utilização dos espectros de resposta permite a aplicação dos conhecimentos de dinâmica estrutural ao dimensionamento e às verificações de segurança das estruturas aos sismos, de acordo com as exigências dos regulamentos e códigos de estruturas. Como desvantagem, os espectros de resposta só devem ser utilizados nos casos em que as frequências próprias dos modos de vibração que contribuem de forma significativa para a resposta dinâmica da estrutura, apresentam valores bastante distintos, isto é, quando a relação entre duas quaisquer frequências se situa fora do intervalo [0,67;1.5] – RSA (1983);

- iv. As representações por espectros de potência caracterizam a acção dos sismos nas estruturas através de processos estocásticos, permitindo assim que o cálculo da resposta estrutural se processe através de técnicas que envolvem a teoria das vibrações. No âmbito deste tipo de representação abordou-se ainda o modo de calcular, directamente, os espectros de potência a partir da informação contida nos registos dos movimentos sísmicos.

Pelo facto de existirem demasiadas incertezas em torno dos movimentos sísmicos, conjuntamente com o facto de se saber que a minimização destas incertezas só é possível com a utilização de representações das acções sísmicas que façam uso de adequados modelos estocásticos, a secção 3 deste trabalho foi inteiramente dedicada ao cálculo de espectros de potência de acções sísmicas a partir de espectros de resposta previamente quantificados que lhes servem de base. Neste âmbito abordou-se ao longo de toda a secção 3 deste trabalho, os seguintes aspectos:

- i. Definiram-se os motivos pelos quais surge a necessidade de obtenção de espectros de potência a partir de espectros de resposta, tendo os

motivos apontados fortes raízes nos regulamentos e códigos de estruturas tais como o RSA (1983) e o EC8 (CEN, 2003);

- ii. Apresentou-se, de forma pormenorizada, o processo de cálculo iterativo e as respectivas técnicas numéricas que permitem efectivar o cálculo dos espectros de potência de acções sísmicas a partir de espectros de resposta, bem como a técnica que permite avaliar a compatibilidade dum espectro de potência em relação a um espectro de resposta;
- iii. A técnica de suavização de espectros de potência foi também devidamente apresentada, tendo esta técnica grande interesse quando se pretende apresentar espectros com formas mais abrangentes.

Ao longo da secção 4 descreveu-se o programa de cálculo automático desenvolvido no âmbito do cálculo de espectros de potência com compatibilidade a espectros de resposta, tendo este programa recebido a designação de *SPECTRUM\_P*. Neste domínio apresentou-se a concepção geral do programa, os objectivos a atingir com o mesmo, a forma de concretizar os ficheiros de dados para o processamento do programa e, finalmente, o conteúdo das listagens de resultados produzidos pelo programa.

Na secção 5 demonstrou-se a aplicação prática do programa através de três exemplos bastante diferenciados entre si, exemplos estes que envolviam espectros de resposta do RSA (1983), do EC8 (CEN, 2003) e, ainda, um espectro de resposta calculado directamente da componente N – S do sismo de El Centro, ocorrido em 18 de Maio de 1945.

Os três exemplos de aplicação prática anteriormente referidos, permitiram evidenciar a eficiência e a exactidão numérica do programa *SPECTRUM\_P*.

No âmbito da realização de linhas de investigação futuras, baseadas nos estudos desenvolvidos no decurso do presente trabalho, salienta-se o facto de, à luz da actual versão do Eurocódigo 8 (CEN, 2003), não existirem representações de acções sísmicas devidamente adequadas a perfis estratigráficos existentes em regiões de origem vulcânica, como é o caso do

Arquipélago dos Açores. Neste contexto, e a partir do momento que estejam definidos os perfis estratigráficos que apresentam uma maior probabilidade de ocorrência nos Açores, afigura-se de extrema importância a concretização de estudos que tenham como objectivo a avaliação das respostas sísmicas dos perfis estratigráficos definidos e, conseqüentemente, proceder-se à definição das acções sísmicas representativas nestes mesmos perfis.

P. Delgada e Laboratório Regional de Engenharia Civil, Julho de 2004.

## BIBLIOGRAFIA

Clough, R.; Penzien, J., (1993), *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, Inc., New York.

Cooley, J. W.; Tukey, J. W., (1965), *An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series*, Mathematics of Computation, Vol. 19, 297-301.

CEN – European Committee for Standardization, (2003), *Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General Rules, seismic actions and rules for buildings*, Final Draft prEN 1998-1, Brussels.

Duarte, R. Teixeira, (1974), *Oscilador Linear de 1 Grau de Liberdade. Aplicações em Engenharia Sísmica*, Rel. LNEC, Lisboa.

Duarte, R. Teixeira, (1985), *Curso Sobre Estruturas de Betão Armado Sujeitas à Acção dos Sismos*, LNEC, Lisboa.

Fragoso, M. Rouxinol, (1991), *Análise Sísmica de Estruturas com Interacção Solo-Estrutura*, Dissertação de Mestrado, IST, UTL, Lisboa.

Fragoso, M. Rouxinol, (2000), *Análise Inelástica do Comportamento Sísmico de Estruturas de Betão Armado*, Tese de Doutoramento, UAç, P. Delgada.

Fragoso, M. Rouxinol, (2004-a), *PCA – SPECTRUM\_R – Cálculo de Espectros de Resposta de Movimentos Sísmicos. Manual de Utilização*, LREC, P. Delgada.

Fragoso, M. Rouxinol, (2004-b), *PCA – SPECTRUM\_P – Cálculo de Espectros de Potência Compatíveis com Espectros de Resposta de Movimentos Sísmicos. Manual de Utilização*, LREC, P. Delgada.

Fragoso, M. Rouxinol, (2004-c), *PCA – ROLKUT – Cálculo de Espectros de Resposta com Compatibilidade de Histórias de Deslocamentos, Velocidades e Acelerações. Manual de Utilização*, LREC, P. Delgada.

Kramer, S. L., (1996), *Geotechnical Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, New Jersey.

Lahey Computer Systems, Inc., (2004), *Fortran 95. Language Reference, Incline Village, Nevada*.

Newland, D. E., (1975), *Random Vibrations and Spectral Analysis*, Longman Inc., New York.

Newmark, N. M., (1959), *A Method of Computation for Structural Dynamics*, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 85, 67-94.

Pereira, J., (1974), *Métodos Probabilísticos em Engenharia Sísmica*, Memória nº 442, LNEC, Lisboa.

RSA, (1983), *Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes*, Decreto-Lei Nº 235/83, de 31 de Maio, INCM, Lisboa.

**ANEXO I** – Subrotina em *Fortran 95* para o cálculo da  
FFT (Fast Fourier Transform)

```

! Variáveis de entrada:
! A - Vector de números complexos em que a partes reais das componentes
!     do vector correspondem aos números reais da série temporal sobre
!     a qual pretende-se efectuar a FFT
! N - Expoente da potência de 2 na FFT
! NB - Dimensão do vector A. NB=(2**N)-1

! Variáveis de saída:
! A - Vector de números complexos correspondente à FFT da série
!     temporal

```

```

SUBROUTINE FFT(A,N,NB)

```

```

COMPLEX A(NB),U,W,T

```

```

DO J=1,NB
  A(J)=A(J)/NB
END DO
NBD2=NB/2
NBM1=NB-1
J=1
DO L=1,NBM1
  IF(L.LT.J) THEN
    T=A(J)
    A(J)=A(L)
    A(L)=T
  ENDIF
  K=NBD2
10  IF(K.LT.L) THEN
    J=J-K
    K=K/2
    GO TO 10
  ENDIF
  J=J+K
END DO
PI=3.141592653589793
DO M=1,N
  U=(1.0,0.0)
  ME=2**M
  K=ME/2
  W=CMPLX(COS(PI/K),-SIN(PI/K))
  DO J=1,K
    DO L=J,NB,ME
      LPK=L+K
      T=A(LPK)*U
      A(LPK)=A(L)-T
      A(L)=A(L)+T
    END DO
    U=U*W
  END DO
END DO

RETURN

```

**ANEXO II – Programa *SPECTRUM\_P*. Ficheiro de dados**

---

**PROGRAMA DE CÁLCULO AUTOMÁTICO SPECTRUM**

**Cálculo de Espectros de Potência Compatíveis  
com Espectros de Resposta de Acções Sísmicas  
Versão 1.0, 2004**

© MRF

**FICHEIRO DE DADOS DO PROGRAMA**

---

# PROGRAMA DE CÁLCULO AUTOMÁTICO SPECTRUM

Cálculo de Espectros de Potência Compatíveis  
com Espectros de Resposta de Acções Sísmicas  
Versão 1.0, 2004  
© MRF

## FICHEIRO DE DADOS DO PROGRAMA

### **INDESP**

DDE  
REQ  
DAT

### **PARESP**

IEM  
[Bloco 1]

### **MODEPI**

IMEP

### **PARGRA**

IERG IEPIG IEPG NSU2

---

## INDESP – Identificação dos Espectros

---

**DDE** – Designação do Espectro

**REQ** – Requerente

**DAT** – Data do cálculo

---

## PARESP – Parâmetros do Espectro de Resposta a Montar

---

**IEM** – Identificação do Espectro de Resposta a montar automaticamente pelo programa:

ER-RSA

ER-EC8

ER-UTL

**BLOCO 1** – Este bloco de informação pode assumir os seguintes parâmetros:

a) Se **IEM=ER-RSA**, o bloco 1 é formado pela seguinte informação:

**ZS TS TTF**

**ζ NMB ITU NSU1**

em que:

**ZS** Zona sísmica: A, B, C ou D

**TS** Acção sísmica tipo: 1 ou 2

**TTT** Tipo de terreno de fundação: I, II ou III

**ξ** Coef. de amortecimento viscoso do oscilador (expresso em percentagem)

**NMB** Nr. de movimentos da base:

NMB=1: Caso unidireccional na direcção X

NMB=2: Caso bidimensional: Comp. horizontal = 1-Dir. X

Comp. vertical = 2-Dir. Y

NMB=3: Caso tridimensional: Comp. horizontais = 1 e 3 Dir. X e Z

Comp. vertical = 2-Dir. Y

**ITU** Indicador das unidades pretendidas para o espectro de resposta:

ITU=1: Unidades em  $m/s^2$

ITU=2: Unidades em  $cm/s^2$

**NSU1** Nr. de suavizações a realizar sobre o espectro de resposta de deslocamento (calculado a partir do espectro de aceleração)



c) Se **IEM=ER-UTL**, o bloco 1 é formado pela seguinte informação:

**NPU TS  $\xi$  NMB ITL ITUE ITUS NSU1**

em que:

- NPU** Nr. de pontos dos espectros a fornecer pelo utilizador  
**TS** Acção sísmica tipo: 1 ou 2  
 **$\xi$**  Coef. de amortecimento viscoso do oscilador (expresso em percentagem)  
**NMB** Nr. de movimentos da base:  
NMB=1: Caso unidireccional na direcção X  
NMB=2: Caso bidimensional: Comp. Horizontal = 1-Dir. X  
Comp. vertical = 2-Dir. Y  
NMB=3: Caso tridimensional: Comp. horizontais = 1 e 3 Dir. X e Z  
Comp. vertical = 2-Dir. Y  
**ITL** Indicador de execução de interpolações lineares sobre os espectros de resposta fornecidos pelo utilizador:  
ITL=0: Não executa interpolações  
ITL=1: Executa interpolações  
**ITUE** Indicador do tipo de unidades do espectro de resposta de entrada (espectro do utilizador a ler):  
ITUE=1: Unidades em  $m/s^2$   
ITUE=2: Unidades em  $cm/s^2$   
**ITUS** Indicador das unidades pretendidas para o espectro de resposta (espectro de saída):  
ITUS=1: Unidades em  $m/s^2$   
ITUS=2: Unidades em  $cm/s^2$   
**NSU1** Nr. de suavizações a realizar sobre o espectro de resposta de deslocamento (calculado a partir do espectro de aceleração)

Paralelamente, deverá ser fornecido pelo utilizador do programa, o ficheiro com os espectros de resposta definidos pelo utilizador. Este ficheiro que deverá ter a designação **ER-UTL.DAD**, terá a seguinte informação:

$T_1$   $S_{11}$   $S_{12}$   $S_{13}$   
 $T_1$   $S_{11}$   $S_{12}$   $S_{13}$   
.....

$T_i$   $S_{ij}$

em que:

$T_i$  – Período (s) das acelerações espectrais

$S_{ij}$  – Aceleração espectral associada ao período  $i$  e ao movimento da base  $j$ , em que  $i=1$  até NPU e  $j=1$  até NMB.

---

## **MODEPI – Modelo do Espectro de Potência Inicial**

---

**IMEP** – Indicador do modelo de espectro de potência inicial a montar:

IMEP=1: Modelo 1 - Espectro de potência de ruído branco

IMEP=2: Modelo 2 - Espectro de potência trapezoidal

IMEP=3: Modelo 3 - Espectro de potência exponencial

---

## **PARGRA – Parâmetros de Resposta Gráfica**

---

**IERG** – Indicador de escrita do espectro de resposta para posterior processamento gráfico:

IERG=0: Não escreve

IERG=1: Escreve

**IEPIG** – Indicador de escrita do espectro de potência inicial para posterior processamento gráfico:

IEPIG=0: Não escreve

IEPIG=1: Escreve

**IEPG** – Indicador de escrita do espectro de potência calculado para posterior processamento gráfico:

IEPG=0: Não escreve

IEPG=1: Escreve

**NSU2** – Nr. de suavizações a realizar sobre o espectro de potência calculado. Vd. alínea a) do bloco PARESP.

**ANEXO III** – Programa *SPECTRUM\_P*. Listagem de Cálculo Automático  
produzida pelo programa

=====

IDENTIFICAÇÃO DO ESPECTRO:

Desig. do espectro: Espectro 1 - ER-RSA  
 Requerente: MRF  
 Data: 05/04/2004

PARÂMETROS DO ESPECTRO DE RESPOSTA:

Espectro de resposta a montar ..... (IEM) = ER-RSA  
 Zona sísmica ..... (ZS) = A  
 Acção sísmica tipo ..... (TS) = 1  
 Terreno de fundação tipo ..... (TTF) = I  
 Amortecimento viscoso do espectro ... (Zeta) = 5.0  
 Nr. de movimentos da base ..... (NMB) = 3  
 Unidades do espectro de resposta ..... (ITU) = cm/s2  
 Nr. suavizações ER deslocamento ..... (NSU1) = 0

PARÂMETROS DO ESPECTRO DE POTÊNCIA:

Modelo de esp. pot. inicial ..... (IMEP) = 3

PARÂMETROS DE ESCRITA DE RESPOSTAS GRÁFICAS:

Ind. escrita do esp. resposta ..... (IERG) = 1  
 Ind. escrita do esp. pot. inicial .. (IEPIG) = 1  
 Ind. escrita do esp. potência ..... (IEPG) = 1  
 Nr. suavizações esp. potência ..... (NSU2) = 0

=====

ESPECTROS DE RESPOSTA DE ACELERAÇÃO

Periodo (s)	S1 (cm/s2)	S2 (cm/s2)	S3 (cm/s2)
0.99999998E-02	0.17834000E+03	0.11889333E+03	0.17834000E+03
0.20000000E-01	0.18289999E+03	0.12193333E+03	0.18289999E+03
0.29999999E-01	0.19237000E+03	0.12824667E+03	0.19237000E+03
0.39999999E-01	0.21356000E+03	0.14237334E+03	0.21356000E+03
0.50000001E-01	0.31439001E+03	0.20959335E+03	0.31439001E+03
0.59999999E-01	0.42617001E+03	0.28411335E+03	0.42617001E+03
0.70000000E-01	0.46937000E+03	0.31291334E+03	0.46937000E+03
0.79999998E-01	0.48459000E+03	0.32306001E+03	0.48459000E+03
0.90000004E-01	0.48664999E+03	0.32443334E+03	0.48664999E+03
0.10000000E+00	0.48282001E+03	0.32188001E+03	0.48282001E+03
0.11000000E+00	0.47734000E+03	0.31822667E+03	0.47734000E+03
0.12000000E+00	0.47597000E+03	0.31731334E+03	0.47597000E+03
0.13000000E+00	0.48187000E+03	0.32124667E+03	0.48187000E+03
0.14000000E+00	0.48581000E+03	0.32387334E+03	0.48581000E+03
0.15000001E+00	0.48641000E+03	0.32427335E+03	0.48641000E+03
0.16000000E+00	0.48445001E+03	0.32296668E+03	0.48445001E+03
0.17000000E+00	0.48069000E+03	0.32046001E+03	0.48069000E+03
0.18000001E+00	0.47570001E+03	0.31713335E+03	0.47570001E+03
0.19000000E+00	0.46985001E+03	0.31323335E+03	0.46985001E+03
0.20000000E+00	0.46341000E+03	0.30894001E+03	0.46341000E+03
0.20999999E+00	0.45653000E+03	0.30435334E+03	0.45653000E+03
0.22000000E+00	0.44926999E+03	0.29951333E+03	0.44926999E+03

0.23000000E+00	0.44153000E+03	0.29435334E+03	0.44153000E+03
0.23999999E+00	0.43295999E+03	0.28864000E+03	0.43295999E+03
0.25000000E+00	0.42357999E+03	0.28238667E+03	0.42357999E+03
0.25999999E+00	0.41404999E+03	0.27603333E+03	0.41404999E+03
0.27000001E+00	0.40478000E+03	0.26985334E+03	0.40478000E+03
0.28000000E+00	0.39588000E+03	0.26392001E+03	0.39588000E+03
0.28999999E+00	0.38738000E+03	0.25825334E+03	0.38738000E+03
0.30000001E+00	0.37926999E+03	0.25284667E+03	0.37926999E+03
0.31000000E+00	0.37153000E+03	0.24768667E+03	0.37153000E+03
0.31999999E+00	0.36414001E+03	0.24276002E+03	0.36414001E+03
0.33000001E+00	0.35707999E+03	0.23805333E+03	0.35707999E+03
0.34000000E+00	0.35032999E+03	0.23355333E+03	0.35032999E+03
0.34999999E+00	0.34385999E+03	0.22924000E+03	0.34385999E+03
0.36000001E+00	0.33766000E+03	0.22510668E+03	0.33766000E+03
0.37000000E+00	0.33170999E+03	0.22114000E+03	0.33170999E+03
0.38000000E+00	0.32598001E+03	0.21732001E+03	0.32598001E+03
0.38999999E+00	0.32047000E+03	0.21364667E+03	0.32047000E+03
0.40000001E+00	0.31514999E+03	0.21010000E+03	0.31514999E+03
0.41000000E+00	0.31001001E+03	0.20667335E+03	0.31001001E+03
0.41999999E+00	0.30503000E+03	0.20335334E+03	0.30503000E+03
0.43000001E+00	0.30019000E+03	0.20012667E+03	0.30019000E+03
0.44000000E+00	0.29545999E+03	0.19697333E+03	0.29545999E+03
0.44999999E+00	0.29082001E+03	0.19388001E+03	0.29082001E+03
0.46000001E+00	0.28622000E+03	0.19081334E+03	0.28622000E+03
0.47000000E+00	0.28160999E+03	0.18774000E+03	0.28160999E+03
0.47999999E+00	0.27694000E+03	0.18462667E+03	0.27694000E+03
0.49000001E+00	0.27222000E+03	0.18148001E+03	0.27222000E+03
0.50000000E+00	0.26751001E+03	0.17834001E+03	0.26751001E+03
0.50999999E+00	0.26288000E+03	0.17525334E+03	0.26288000E+03
0.51999998E+00	0.25834000E+03	0.17222667E+03	0.25834000E+03
0.52999997E+00	0.25392999E+03	0.16928667E+03	0.25392999E+03
0.54000002E+00	0.24964999E+03	0.16643333E+03	0.24964999E+03
0.55000001E+00	0.24550000E+03	0.16366667E+03	0.24550000E+03
0.56000000E+00	0.24148000E+03	0.16098667E+03	0.24148000E+03
0.56999999E+00	0.23758000E+03	0.15838667E+03	0.23758000E+03
0.57999998E+00	0.23381000E+03	0.15587334E+03	0.23381000E+03
0.58999997E+00	0.23016000E+03	0.15344001E+03	0.23016000E+03
0.60000002E+00	0.22662000E+03	0.15108000E+03	0.22662000E+03
0.61000001E+00	0.22319000E+03	0.14879334E+03	0.22319000E+03
0.62000000E+00	0.21987000E+03	0.14658000E+03	0.21987000E+03
0.63000000E+00	0.21664999E+03	0.14443333E+03	0.21664999E+03
0.63999999E+00	0.21352000E+03	0.14234667E+03	0.21352000E+03
0.64999998E+00	0.21048000E+03	0.14032000E+03	0.21048000E+03
0.66000003E+00	0.20753999E+03	0.13836000E+03	0.20753999E+03
0.67000002E+00	0.20467000E+03	0.13644667E+03	0.20467000E+03
0.68000001E+00	0.20189000E+03	0.13459334E+03	0.20189000E+03
0.69000000E+00	0.19917999E+03	0.13278667E+03	0.19917999E+03
0.69999999E+00	0.19655000E+03	0.13103334E+03	0.19655000E+03
0.70999998E+00	0.19399001E+03	0.12932667E+03	0.19399001E+03
0.72000003E+00	0.19150000E+03	0.12766667E+03	0.19150000E+03
0.73000002E+00	0.18907001E+03	0.12604668E+03	0.18907001E+03
0.74000001E+00	0.18671001E+03	0.12447334E+03	0.18671001E+03
0.75000000E+00	0.18441000E+03	0.12294001E+03	0.18441000E+03
0.75999999E+00	0.18216000E+03	0.12144001E+03	0.18216000E+03
0.76999998E+00	0.17996001E+03	0.11997334E+03	0.17996001E+03
0.77999997E+00	0.17782001E+03	0.11854668E+03	0.17782001E+03
0.79000002E+00	0.17573000E+03	0.11715333E+03	0.17573000E+03
0.80000001E+00	0.17369000E+03	0.11579334E+03	0.17369000E+03
0.81000000E+00	0.17170000E+03	0.11446667E+03	0.17170000E+03
0.81999999E+00	0.16974001E+03	0.11316001E+03	0.16974001E+03
0.82999998E+00	0.16783000E+03	0.11188667E+03	0.16783000E+03
0.83999997E+00	0.16596001E+03	0.11064001E+03	0.16596001E+03
0.85000002E+00	0.16413000E+03	0.10942001E+03	0.16413000E+03
0.86000001E+00	0.16233000E+03	0.10822000E+03	0.16233000E+03
0.87000000E+00	0.16056000E+03	0.10704000E+03	0.16056000E+03
0.88000000E+00	0.15883000E+03	0.10588667E+03	0.15883000E+03
0.88999999E+00	0.15712000E+03	0.10474667E+03	0.15712000E+03
0.89999998E+00	0.15544000E+03	0.10362667E+03	0.15544000E+03
0.91000003E+00	0.15378000E+03	0.10252000E+03	0.15378000E+03
0.92000002E+00	0.15213000E+03	0.10142001E+03	0.15213000E+03
0.93000001E+00	0.15050000E+03	0.10033334E+03	0.15050000E+03

0.94000000E+00	0.14887000E+03	0.99246666E+02	0.14887000E+03
0.94999999E+00	0.14725000E+03	0.98166670E+02	0.14725000E+03
0.95999998E+00	0.14563000E+03	0.97086673E+02	0.14563000E+03
0.97000003E+00	0.14400999E+03	0.96006666E+02	0.14400999E+03
0.98000002E+00	0.14241000E+03	0.94940005E+02	0.14241000E+03
0.99000001E+00	0.14081000E+03	0.93873335E+02	0.14081000E+03
0.10000000E+01	0.13923000E+03	0.92820000E+02	0.13923000E+03
0.10200000E+01	0.13613000E+03	0.90753339E+02	0.13613000E+03
0.10400000E+01	0.13312000E+03	0.88746666E+02	0.13312000E+03
0.10599999E+01	0.13020000E+03	0.86800001E+02	0.13020000E+03
0.10800000E+01	0.12738000E+03	0.84920001E+02	0.12738000E+03
0.11000000E+01	0.12466000E+03	0.83106672E+02	0.12466000E+03
0.11200000E+01	0.12203000E+03	0.81353335E+02	0.12203000E+03
0.11400000E+01	0.11950000E+03	0.79666669E+02	0.11950000E+03
0.11600000E+01	0.11705000E+03	0.78033338E+02	0.11705000E+03
0.11799999E+01	0.11468000E+03	0.76453336E+02	0.11468000E+03
0.12000000E+01	0.11240000E+03	0.74933337E+02	0.11240000E+03
0.12200000E+01	0.11019000E+03	0.73460004E+02	0.11019000E+03
0.12400000E+01	0.10806000E+03	0.72040001E+02	0.10806000E+03
0.12600000E+01	0.10599000E+03	0.70660001E+02	0.10599000E+03
0.12800000E+01	0.10399000E+03	0.69326667E+02	0.10399000E+03
0.13000000E+01	0.10206000E+03	0.68040000E+02	0.10206000E+03
0.13200000E+01	0.10019000E+03	0.66793337E+02	0.10019000E+03
0.13400000E+01	0.98379997E+02	0.65586667E+02	0.98379997E+02
0.13600000E+01	0.96620003E+02	0.64413337E+02	0.96620003E+02
0.13800000E+01	0.94919998E+02	0.63280001E+02	0.94919998E+02
0.14000000E+01	0.93260002E+02	0.62173337E+02	0.93260002E+02
0.14200000E+01	0.91660004E+02	0.61106671E+02	0.91660004E+02
0.14400000E+01	0.90110001E+02	0.60073336E+02	0.90110001E+02
0.14600000E+01	0.88599998E+02	0.59066667E+02	0.88599998E+02
0.14800000E+01	0.87129997E+02	0.58086667E+02	0.87129997E+02
0.15000000E+01	0.85699997E+02	0.57133333E+02	0.85699997E+02
0.15200000E+01	0.84320000E+02	0.56213335E+02	0.84320000E+02
0.15400000E+01	0.82970001E+02	0.55313336E+02	0.82970001E+02
0.15599999E+01	0.81660004E+02	0.54440004E+02	0.81660004E+02
0.15800000E+01	0.80379997E+02	0.53586666E+02	0.80379997E+02
0.16000000E+01	0.79139999E+02	0.52760001E+02	0.79139999E+02
0.16200000E+01	0.77930000E+02	0.51953335E+02	0.77930000E+02
0.16400000E+01	0.76750000E+02	0.51166668E+02	0.76750000E+02
0.16600000E+01	0.75599998E+02	0.50400000E+02	0.75599998E+02
0.16799999E+01	0.74489998E+02	0.49660000E+02	0.74489998E+02
0.17000000E+01	0.73400002E+02	0.48933336E+02	0.73400002E+02
0.17200000E+01	0.72330002E+02	0.48220003E+02	0.72330002E+02
0.17400000E+01	0.71300003E+02	0.47533337E+02	0.71300003E+02
0.17600000E+01	0.70290001E+02	0.46860002E+02	0.70290001E+02
0.17800000E+01	0.69300003E+02	0.46200003E+02	0.69300003E+02
0.18000000E+01	0.68330002E+02	0.45553336E+02	0.68330002E+02
0.18200000E+01	0.67389999E+02	0.44926668E+02	0.67389999E+02
0.18400000E+01	0.66470001E+02	0.44313335E+02	0.66470001E+02
0.18600000E+01	0.65580002E+02	0.43720003E+02	0.65580002E+02
0.18800000E+01	0.64699997E+02	0.43133333E+02	0.64699997E+02
0.19000000E+01	0.63840000E+02	0.42560001E+02	0.63840000E+02
0.19200000E+01	0.63000000E+02	0.42000001E+02	0.63000000E+02
0.19400000E+01	0.62180000E+02	0.41453335E+02	0.62180000E+02
0.19600000E+01	0.61380001E+02	0.40920002E+02	0.61380001E+02
0.19800000E+01	0.60599998E+02	0.40400000E+02	0.60599998E+02
0.20000000E+01	0.59830002E+02	0.39886669E+02	0.59830002E+02
0.20500000E+01	0.57980000E+02	0.38653334E+02	0.57980000E+02
0.20999999E+01	0.56230000E+02	0.37486667E+02	0.56230000E+02
0.21500000E+01	0.54570000E+02	0.36380001E+02	0.54570000E+02
0.22000000E+01	0.52980000E+02	0.35320001E+02	0.52980000E+02
0.22500000E+01	0.51480000E+02	0.34320001E+02	0.51480000E+02
0.23000000E+01	0.50040001E+02	0.33360002E+02	0.50040001E+02
0.23499999E+01	0.48669998E+02	0.32446666E+02	0.48669998E+02
0.24000000E+01	0.47360001E+02	0.31573335E+02	0.47360001E+02
0.24500000E+01	0.46110001E+02	0.30740001E+02	0.46110001E+02
0.25000000E+01	0.44919998E+02	0.29946666E+02	0.44919998E+02
0.25500000E+01	0.43770000E+02	0.29180001E+02	0.43770000E+02
0.25999999E+01	0.42680000E+02	0.28453334E+02	0.42680000E+02
0.26500000E+01	0.41630001E+02	0.27753335E+02	0.41630001E+02
0.27000000E+01	0.40619999E+02	0.27080000E+02	0.40619999E+02

0.27500000E+01	0.39650002E+02	0.26433335E+02	0.39650002E+02
0.28000000E+01	0.38720001E+02	0.25813335E+02	0.38720001E+02
0.28499999E+01	0.37820000E+02	0.25213334E+02	0.37820000E+02
0.29000001E+01	0.36959999E+02	0.24640000E+02	0.36959999E+02
0.29500000E+01	0.36130001E+02	0.24086668E+02	0.36130001E+02
0.30000000E+01	0.35330002E+02	0.23553335E+02	0.35330002E+02
0.30999999E+01	0.33820000E+02	0.22546667E+02	0.33820000E+02
0.32000000E+01	0.32410000E+02	0.21606667E+02	0.32410000E+02
0.33000000E+01	0.31100000E+02	0.20733334E+02	0.31100000E+02
0.34000001E+01	0.29870001E+02	0.19913334E+02	0.29870001E+02
0.35000000E+01	0.28719999E+02	0.19146667E+02	0.28719999E+02
0.35999999E+01	0.27639999E+02	0.18426667E+02	0.27639999E+02
0.37000000E+01	0.26620001E+02	0.17746668E+02	0.26620001E+02
0.38000000E+01	0.25660000E+02	0.17106667E+02	0.25660000E+02
0.39000001E+01	0.24760000E+02	0.16506667E+02	0.24760000E+02
0.40000000E+01	0.23910000E+02	0.15940000E+02	0.23910000E+02
0.42500000E+01	0.21980000E+02	0.14653333E+02	0.21980000E+02
0.45000000E+01	0.20290001E+02	0.13526668E+02	0.20290001E+02
0.47500000E+01	0.18799999E+02	0.12533333E+02	0.18799999E+02
0.50000000E+01	0.17480000E+02	0.11653333E+02	0.17480000E+02
0.60000000E+01	0.13440000E+02	0.89600000E+01	0.13440000E+02
0.70000000E+01	0.10730000E+02	0.71533332E+01	0.10730000E+02
0.80000000E+01	0.88100004E+01	0.58733338E+01	0.88100004E+01
0.90000000E+01	0.74000001E+01	0.49333335E+01	0.74000001E+01
0.10000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.11000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.12000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.13000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.14000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.15000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.16000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.17000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.18000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.19000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.20000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.25000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

=====

ESPECTROS DE RESPOSTA DE DESLOCAMENTO

=====

Periodo (s)	S1 (cm)	S2 (cm)	S3 (cm)
0.99999998E-02	0.45174047E-03	0.30116032E-03	0.45174047E-03
0.20000000E-01	0.18531643E-02	0.12354429E-02	0.18531643E-02
0.29999999E-01	0.43855098E-02	0.29236733E-02	0.43855098E-02
0.39999999E-01	0.86552603E-02	0.57701737E-02	0.86552603E-02
0.50000001E-01	0.19908981E-01	0.13272654E-01	0.19908981E-01
0.59999999E-01	0.38862043E-01	0.25908030E-01	0.38862043E-01
0.70000000E-01	0.58257477E-01	0.38838319E-01	0.58257477E-01
0.79999998E-01	0.78558768E-01	0.52372513E-01	0.78558768E-01
0.90000004E-01	0.99848614E-01	0.66565744E-01	0.99848614E-01
0.10000000E+00	0.12229974E+00	0.81533163E-01	0.12229974E+00
0.11000000E+00	0.14630308E+00	0.97535386E-01	0.14630308E+00
0.12000000E+00	0.17361303E+00	0.11574202E+00	0.17361303E+00
0.13000000E+00	0.20627986E+00	0.13751991E+00	0.20627986E+00
0.14000000E+00	0.24119194E+00	0.16079463E+00	0.24119194E+00
0.15000001E+00	0.27722048E+00	0.18481366E+00	0.27722048E+00
0.16000000E+00	0.31414430E+00	0.20942954E+00	0.31414430E+00
0.17000000E+00	0.35188699E+00	0.23459133E+00	0.35188699E+00
0.18000001E+00	0.39040779E+00	0.26027187E+00	0.39040779E+00
0.19000000E+00	0.42964196E+00	0.28642798E+00	0.42964196E+00
0.20000000E+00	0.46953251E+00	0.31302169E+00	0.46953251E+00
0.20999999E+00	0.50997413E+00	0.33998276E+00	0.50997413E+00
0.22000000E+00	0.55079886E+00	0.36719925E+00	0.55079886E+00
0.23000000E+00	0.59163815E+00	0.39442544E+00	0.59163815E+00
0.23999999E+00	0.63169944E+00	0.42113297E+00	0.63169944E+00
0.25000000E+00	0.67058790E+00	0.44705861E+00	0.67058790E+00
0.25999999E+00	0.70898934E+00	0.47265957E+00	0.70898934E+00
0.27000001E+00	0.74745813E+00	0.49830544E+00	0.74745813E+00

0.28000000E+00	0.78617621E+00	0.52411749E+00	0.78617621E+00
0.28999999E+00	0.82522701E+00	0.55015136E+00	0.82522701E+00
0.30000001E+00	0.86463196E+00	0.57642133E+00	0.86463196E+00
0.31000000E+00	0.90439373E+00	0.60292917E+00	0.90439373E+00
0.31999999E+00	0.94451445E+00	0.62967632E+00	0.94451445E+00
0.33000001E+00	0.98499423E+00	0.65666284E+00	0.98499423E+00
0.34000000E+00	0.10258301E+01	0.68388672E+00	0.10258301E+01
0.34999999E+00	0.10669842E+01	0.71132280E+00	0.10669842E+01
0.36000001E+00	0.11084725E+01	0.73898168E+00	0.11084725E+01
0.37000000E+00	0.11502766E+01	0.76685107E+00	0.11502766E+01
0.38000000E+00	0.11923353E+01	0.79489025E+00	0.11923353E+01
0.38999999E+00	0.12346869E+01	0.82312460E+00	0.12346869E+01
0.40000001E+00	0.12772549E+01	0.85150326E+00	0.12772549E+01
0.41000000E+00	0.13200296E+01	0.88001979E+00	0.13200296E+01
0.41999999E+00	0.13629545E+01	0.90863639E+00	0.13629545E+01
0.43000001E+00	0.14059615E+01	0.93730766E+00	0.14059615E+01
0.44000000E+00	0.14489196E+01	0.96594644E+00	0.14489196E+01
0.44999999E+00	0.14917277E+01	0.99448515E+00	0.14917277E+01
0.46000001E+00	0.15341080E+01	0.10227387E+01	0.15341080E+01
0.47000000E+00	0.15757381E+01	0.10504921E+01	0.15757381E+01
0.47999999E+00	0.16162495E+01	0.10774997E+01	0.16162495E+01
0.49000001E+00	0.16555888E+01	0.11037259E+01	0.16555888E+01
0.50000000E+00	0.16940269E+01	0.11293513E+01	0.16940269E+01
0.50999999E+00	0.17319612E+01	0.11546408E+01	0.17319612E+01
0.51999998E+00	0.17694511E+01	0.11796341E+01	0.17694511E+01
0.52999997E+00	0.18067828E+01	0.12045219E+01	0.18067828E+01
0.54000002E+00	0.18439935E+01	0.12293290E+01	0.18439935E+01
0.55000001E+00	0.18811228E+01	0.12540819E+01	0.18811228E+01
0.56000000E+00	0.19182159E+01	0.12788106E+01	0.19182159E+01
0.56999999E+00	0.19552390E+01	0.13034927E+01	0.19552390E+01
0.57999998E+00	0.19923210E+01	0.13282140E+01	0.19923210E+01
0.58999997E+00	0.20294301E+01	0.13529535E+01	0.20294301E+01
0.60000002E+00	0.20665267E+01	0.13776845E+01	0.20665267E+01
0.61000001E+00	0.21036558E+01	0.14024373E+01	0.21036558E+01
0.62000000E+00	0.21408666E+01	0.14272445E+01	0.21408666E+01
0.63000000E+00	0.21781111E+01	0.14520741E+01	0.21781111E+01
0.63999999E+00	0.22153317E+01	0.14768878E+01	0.22153317E+01
0.64999998E+00	0.22525673E+01	0.15017116E+01	0.22525673E+01
0.66000003E+00	0.22899709E+01	0.15266473E+01	0.22899709E+01
0.67000002E+00	0.23272556E+01	0.15515038E+01	0.23272556E+01
0.68000001E+00	0.23646829E+01	0.15764553E+01	0.23646829E+01
0.69000000E+00	0.24020617E+01	0.16013745E+01	0.24020617E+01
0.69999999E+00	0.24395481E+01	0.16263654E+01	0.24395481E+01
0.70999998E+00	0.24770587E+01	0.16513725E+01	0.24770587E+01
0.72000003E+00	0.25146299E+01	0.16764200E+01	0.25146299E+01
0.73000002E+00	0.25521644E+01	0.17014430E+01	0.25521644E+01
0.74000001E+00	0.25898303E+01	0.17265536E+01	0.25898303E+01
0.75000000E+00	0.26275275E+01	0.17516850E+01	0.26275275E+01
0.75999999E+00	0.26651427E+01	0.17767618E+01	0.26651427E+01
0.76999998E+00	0.27026991E+01	0.18017994E+01	0.27026991E+01
0.77999997E+00	0.27403754E+01	0.18269170E+01	0.27403754E+01
0.79000002E+00	0.27780520E+01	0.18520347E+01	0.27780520E+01
0.80000001E+00	0.28157563E+01	0.18771710E+01	0.28157563E+01
0.81000000E+00	0.28535178E+01	0.19023453E+01	0.28535178E+01
0.81999999E+00	0.28910272E+01	0.19273515E+01	0.28910272E+01
0.82999998E+00	0.29286403E+01	0.19524269E+01	0.29286403E+01
0.83999997E+00	0.29662124E+01	0.19774750E+01	0.29662124E+01
0.85000002E+00	0.30037662E+01	0.20025108E+01	0.30037662E+01
0.86000001E+00	0.30411369E+01	0.20274247E+01	0.30411369E+01
0.87000000E+00	0.30783367E+01	0.20522246E+01	0.30783367E+01
0.88000000E+00	0.31155745E+01	0.20770497E+01	0.31155745E+01
0.88999999E+00	0.31524755E+01	0.21016504E+01	0.31524755E+01
0.89999998E+00	0.31892463E+01	0.21261642E+01	0.31892463E+01
0.91000003E+00	0.32256922E+01	0.21504615E+01	0.32256922E+01
0.92000002E+00	0.32616009E+01	0.21744006E+01	0.32616009E+01
0.93000001E+00	0.32971801E+01	0.21981201E+01	0.32971801E+01
0.94000000E+00	0.33319858E+01	0.22213239E+01	0.33319858E+01
0.94999999E+00	0.33662221E+01	0.22441481E+01	0.33662221E+01
0.95999998E+00	0.33996450E+01	0.22664301E+01	0.33996450E+01
0.97000003E+00	0.34322301E+01	0.22881534E+01	0.34322301E+01
0.98000002E+00	0.34644391E+01	0.23096261E+01	0.34644391E+01

0.99000001E+00	0.34957805E+01	0.23305204E+01	0.34957805E+01
0.10000000E+01	0.35267370E+01	0.23511581E+01	0.35267370E+01
0.10200000E+01	0.35875210E+01	0.23916807E+01	0.35875210E+01
0.10400000E+01	0.36471213E+01	0.24314142E+01	0.36471213E+01
0.10599999E+01	0.37056374E+01	0.24704250E+01	0.37056374E+01
0.10800000E+01	0.37634751E+01	0.25089835E+01	0.37634751E+01
0.11000000E+01	0.38207867E+01	0.25471912E+01	0.38207867E+01
0.11200000E+01	0.38774207E+01	0.25849472E+01	0.38774207E+01
0.11400000E+01	0.39338506E+01	0.26225671E+01	0.39338506E+01
0.11600000E+01	0.39895843E+01	0.26597229E+01	0.39895843E+01
0.11799999E+01	0.40447522E+01	0.26965016E+01	0.40447522E+01
0.12000000E+01	0.40998608E+01	0.27332406E+01	0.40998608E+01
0.12200000E+01	0.41543410E+01	0.27695607E+01	0.41543410E+01
0.12400000E+01	0.42087060E+01	0.28058041E+01	0.42087060E+01
0.12600000E+01	0.42623218E+01	0.28415479E+01	0.42623218E+01
0.12800000E+01	0.43157050E+01	0.28771368E+01	0.43157050E+01
0.13000000E+01	0.43690045E+01	0.29126697E+01	0.43690045E+01
0.13200001E+01	0.44219370E+01	0.29479581E+01	0.44219370E+01
0.13400000E+01	0.44746254E+01	0.29830837E+01	0.44746254E+01
0.13600000E+01	0.45267357E+01	0.30178239E+01	0.45267357E+01
0.13800000E+01	0.45788472E+01	0.30525649E+01	0.45788472E+01
0.14000000E+01	0.46301146E+01	0.30867432E+01	0.46301146E+01
0.14200000E+01	0.46816269E+01	0.31210847E+01	0.46816269E+01
0.14400001E+01	0.47330193E+01	0.31553463E+01	0.47330193E+01
0.14600000E+01	0.47838738E+01	0.31892493E+01	0.47838738E+01
0.14800000E+01	0.48342756E+01	0.32228505E+01	0.48342756E+01
0.15000000E+01	0.48843141E+01	0.32562095E+01	0.48843141E+01
0.15200000E+01	0.49346690E+01	0.32897794E+01	0.49346690E+01
0.15400000E+01	0.49842840E+01	0.33228561E+01	0.49842840E+01
0.15599999E+01	0.50338332E+01	0.33558889E+01	0.50338332E+01
0.15800000E+01	0.50827933E+01	0.33885290E+01	0.50827933E+01
0.16000000E+01	0.51318775E+01	0.34212518E+01	0.51318775E+01
0.16200000E+01	0.51805393E+01	0.34536930E+01	0.51805393E+01
0.16400000E+01	0.52288518E+01	0.34859013E+01	0.52288518E+01
0.16600000E+01	0.52768920E+01	0.35179281E+01	0.52768920E+01
0.16799999E+01	0.53254555E+01	0.35503038E+01	0.53254555E+01
0.17000000E+01	0.53732148E+01	0.35821433E+01	0.53732148E+01
0.17200000E+01	0.54202042E+01	0.36134696E+01	0.54202042E+01
0.17400000E+01	0.54679976E+01	0.36453318E+01	0.54679976E+01
0.17600000E+01	0.55151730E+01	0.36767821E+01	0.55151730E+01
0.17800000E+01	0.55617762E+01	0.37078509E+01	0.55617762E+01
0.18000000E+01	0.56078538E+01	0.37385693E+01	0.56078538E+01
0.18200001E+01	0.56542957E+01	0.37695306E+01	0.56542957E+01
0.18400000E+01	0.57003512E+01	0.38002342E+01	0.57003512E+01
0.18600000E+01	0.57469522E+01	0.38313016E+01	0.57469522E+01
0.18800000E+01	0.57924223E+01	0.38616150E+01	0.57924223E+01
0.19000000E+01	0.58376807E+01	0.38917872E+01	0.58376807E+01
0.19200000E+01	0.58827887E+01	0.39218593E+01	0.58827887E+01
0.19400001E+01	0.59278126E+01	0.39518752E+01	0.59278126E+01
0.19600000E+01	0.59728185E+01	0.39818791E+01	0.59728185E+01
0.19800000E+01	0.60178764E+01	0.40119177E+01	0.60178764E+01
0.20000000E+01	0.60620466E+01	0.40413645E+01	0.60620466E+01
0.20500000E+01	0.61720036E+01	0.41146692E+01	0.61720036E+01
0.20999999E+01	0.62812618E+01	0.41875080E+01	0.62812618E+01
0.21500001E+01	0.63895632E+01	0.42597090E+01	0.63895632E+01
0.22000000E+01	0.64952758E+01	0.43301840E+01	0.64952758E+01
0.22500000E+01	0.66015183E+01	0.44010124E+01	0.66015183E+01
0.23000000E+01	0.67052230E+01	0.44701488E+01	0.67052230E+01
0.23499999E+01	0.68082780E+01	0.45388522E+01	0.68082780E+01
0.24000001E+01	0.69099432E+01	0.46066290E+01	0.69099432E+01
0.24500000E+01	0.70108000E+01	0.46738668E+01	0.70108000E+01
0.25000000E+01	0.71114803E+01	0.47409870E+01	0.71114803E+01
0.25500000E+01	0.72093674E+01	0.48062451E+01	0.72093674E+01
0.25999999E+01	0.73082154E+01	0.48721438E+01	0.73082154E+01
0.26500001E+01	0.74052285E+01	0.49368192E+01	0.74052285E+01
0.27000000E+01	0.75008022E+01	0.50005350E+01	0.75008022E+01
0.27500000E+01	0.75953687E+01	0.50635793E+01	0.75953687E+01
0.28000000E+01	0.76893862E+01	0.51262576E+01	0.76893862E+01
0.28499999E+01	0.77812877E+01	0.51875253E+01	0.77812877E+01
0.29000001E+01	0.78735074E+01	0.52490051E+01	0.78735074E+01
0.29500000E+01	0.79643857E+01	0.53095906E+01	0.79643857E+01

0.30000000E+01	0.80542746E+01	0.53695166E+01	0.80542746E+01
0.30999999E+01	0.82326040E+01	0.54884028E+01	0.82326040E+01
0.32000000E+01	0.84065783E+01	0.56043857E+01	0.84065783E+01
0.33000000E+01	0.85788391E+01	0.57192263E+01	0.85788391E+01
0.34000001E+01	0.87464810E+01	0.58309875E+01	0.87464810E+01
0.35000000E+01	0.89117045E+01	0.59411365E+01	0.89117045E+01
0.35999999E+01	0.90736761E+01	0.60491176E+01	0.90736761E+01
0.37000000E+01	0.92310645E+01	0.61540432E+01	0.92310645E+01
0.38000000E+01	0.93856444E+01	0.62570964E+01	0.93856444E+01
0.39000001E+01	0.95393799E+01	0.63595868E+01	0.95393799E+01
0.40000000E+01	0.96903579E+01	0.64602388E+01	0.96903579E+01
0.42500000E+01	0.10056476E+02	0.67043172E+01	0.10056476E+02
0.45000000E+01	0.10407522E+02	0.69383485E+01	0.10407522E+02
0.47500000E+01	0.10744478E+02	0.71629854E+01	0.10744478E+02
0.50000000E+01	0.11069339E+02	0.73795596E+01	0.11069339E+02
0.60000000E+01	0.12255810E+02	0.81705402E+01	0.12255810E+02
0.70000000E+01	0.13317909E+02	0.88786063E+01	0.13317909E+02
0.80000000E+01	0.14282235E+02	0.95214901E+01	0.14282235E+02
0.90000000E+01	0.15182980E+02	0.10121987E+02	0.15182980E+02
0.10000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.11000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.12000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.13000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.14000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.15000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.16000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.17000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.18000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.19000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.20000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.25000000E+02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

ERROS COMETIDOS NA SUAVIZAÇÃO DO ESPECTRO DE DESLOCAMENTO:

Movimento 1 (%)	Movimento 2 (%)	Movimento 3 (%)
0.00000	0.00000	0.00000

=====

ESPECTROS DE POTÊNCIA DE ACELERAÇÃO

=====

Freq. (Hz)	S1 ((cm/s2)**2)/Hz	S2 ((cm/s2)**2)/Hz	S3 ((cm/s2)**2)/Hz
0.40000002E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.50000001E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.52631578E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.55555559E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.58823529E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.62500002E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.66666669E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.71428572E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.76923080E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.83333336E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.90909097E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.10000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
0.11111112E+00	0.42956873E+02	0.19091945E+02	0.42956873E+02
0.12500000E+00	0.28565545E+02	0.12695798E+02	0.28565545E+02
0.14285714E+00	0.33143459E+02	0.14730427E+02	0.33143459E+02
0.16666667E+00	0.36771853E+02	0.16343047E+02	0.36771853E+02
0.20000001E+00	0.43806830E+02	0.19469703E+02	0.43806830E+02
0.21052631E+00	0.46127352E+02	0.20501046E+02	0.46127352E+02
0.22222223E+00	0.48764613E+02	0.21673163E+02	0.48764613E+02
0.23529412E+00	0.51741533E+02	0.22996238E+02	0.51741533E+02
0.25000001E+00	0.55145401E+02	0.24509069E+02	0.55145401E+02
0.25641025E+00	0.56620266E+02	0.25164564E+02	0.56620266E+02
0.26315791E+00	0.58112159E+02	0.25827628E+02	0.58112159E+02
0.27027028E+00	0.59906309E+02	0.26625028E+02	0.59906309E+02
0.27777780E+00	0.61809365E+02	0.27470831E+02	0.61809365E+02
0.28571429E+00	0.63628918E+02	0.28279521E+02	0.63628918E+02

0.29411764E+00	0.65579710E+02	0.29146539E+02	0.65579710E+02
0.30303032E+00	0.67809989E+02	0.30137775E+02	0.67809989E+02
0.31250001E+00	0.69926142E+02	0.31078287E+02	0.69926142E+02
0.32258065E+00	0.72478699E+02	0.32212757E+02	0.72478699E+02
0.33333334E+00	0.74971953E+02	0.33320870E+02	0.74971953E+02
0.33898305E+00	0.76397424E+02	0.33954413E+02	0.76397424E+02
0.34482760E+00	0.77836068E+02	0.34593810E+02	0.77836068E+02
0.35087721E+00	0.79206682E+02	0.35202972E+02	0.79206682E+02
0.35714289E+00	0.80930300E+02	0.35969025E+02	0.80930300E+02
0.36363639E+00	0.82426164E+02	0.36633853E+02	0.82426164E+02
0.37037038E+00	0.84108299E+02	0.37381469E+02	0.84108299E+02
0.37735850E+00	0.85880369E+02	0.38169055E+02	0.85880369E+02
0.38461543E+00	0.87631903E+02	0.38947515E+02	0.87631903E+02
0.39215687E+00	0.89219629E+02	0.39653171E+02	0.89219629E+02
0.40000001E+00	0.91462939E+02	0.40650198E+02	0.91462939E+02
0.40816326E+00	0.93238134E+02	0.41439173E+02	0.93238134E+02
0.41666666E+00	0.95348925E+02	0.42377303E+02	0.95348925E+02
0.42553194E+00	0.97612507E+02	0.43383339E+02	0.97612507E+02
0.43478264E+00	0.99865999E+02	0.44384891E+02	0.99865999E+02
0.44444447E+00	0.10241888E+03	0.45519506E+02	0.10241888E+03
0.45454545E+00	0.10458490E+03	0.46482179E+02	0.10458490E+03
0.46511626E+00	0.10753594E+03	0.47793756E+02	0.10753594E+03
0.47619051E+00	0.11008600E+03	0.48927113E+02	0.11008600E+03
0.48780490E+00	0.11287352E+03	0.50166010E+02	0.11287352E+03
0.50000001E+00	0.11601710E+03	0.51563157E+02	0.11601710E+03
0.50505052E+00	0.11739706E+03	0.52176472E+02	0.11739706E+03
0.51020409E+00	0.11848331E+03	0.52659251E+02	0.11848331E+03
0.51546390E+00	0.11971355E+03	0.53206024E+02	0.11971355E+03
0.52083334E+00	0.12105885E+03	0.53803934E+02	0.12105885E+03
0.52631582E+00	0.12249313E+03	0.54441396E+02	0.12249313E+03
0.53191491E+00	0.12399208E+03	0.55107595E+02	0.12399208E+03
0.53763443E+00	0.12553094E+03	0.55791534E+02	0.12553094E+03
0.54347827E+00	0.12661979E+03	0.56275468E+02	0.12661979E+03
0.54945055E+00	0.12813851E+03	0.56950451E+02	0.12813851E+03
0.55555560E+00	0.12959201E+03	0.57596450E+02	0.12959201E+03
0.56179778E+00	0.13140497E+03	0.58402212E+02	0.13140497E+03
0.56818185E+00	0.13309552E+03	0.59153567E+02	0.13309552E+03
0.57471265E+00	0.13463564E+03	0.59838068E+02	0.13463564E+03
0.58139534E+00	0.13598924E+03	0.60439665E+02	0.13598924E+03
0.58823528E+00	0.13801631E+03	0.61340587E+02	0.13801631E+03
0.59523812E+00	0.13976746E+03	0.62118877E+02	0.13976746E+03
0.60240967E+00	0.14119586E+03	0.62753720E+02	0.14119586E+03
0.60975611E+00	0.14314489E+03	0.63619953E+02	0.14314489E+03
0.61728396E+00	0.14511277E+03	0.64494568E+02	0.14511277E+03
0.62500003E+00	0.14705207E+03	0.65356481E+02	0.14705207E+03
0.63291140E+00	0.14891590E+03	0.66184848E+02	0.14891590E+03
0.64102570E+00	0.15109923E+03	0.67155216E+02	0.15109923E+03
0.64935071E+00	0.15310452E+03	0.68046458E+02	0.15310452E+03
0.65789475E+00	0.15531646E+03	0.69029541E+02	0.15531646E+03
0.66666669E+00	0.15722588E+03	0.69878173E+02	0.15722588E+03
0.67567570E+00	0.15964466E+03	0.70953188E+02	0.15964466E+03
0.68493152E+00	0.16206536E+03	0.72029051E+02	0.16206536E+03
0.69444446E+00	0.16442024E+03	0.73075668E+02	0.16442024E+03
0.70422536E+00	0.16662545E+03	0.74055758E+02	0.16662545E+03
0.71428578E+00	0.16901980E+03	0.75119916E+02	0.16901980E+03
0.72463769E+00	0.17194331E+03	0.76419254E+02	0.17194331E+03
0.73529415E+00	0.17444705E+03	0.77532029E+02	0.17444705E+03
0.74626867E+00	0.17731702E+03	0.78807570E+02	0.17731702E+03
0.75757574E+00	0.18002358E+03	0.80010486E+02	0.18002358E+03
0.76923085E+00	0.18288032E+03	0.81280149E+02	0.18288032E+03
0.78125001E+00	0.18575773E+03	0.82558995E+02	0.18575773E+03
0.79365083E+00	0.18895822E+03	0.83981437E+02	0.18895822E+03
0.80645159E+00	0.19237289E+03	0.85499069E+02	0.19237289E+03
0.81967211E+00	0.19546824E+03	0.86874778E+02	0.19546824E+03
0.83333332E+00	0.19896595E+03	0.88429315E+02	0.19896595E+03
0.84745769E+00	0.20229022E+03	0.89906771E+02	0.20229022E+03
0.86206899E+00	0.20614263E+03	0.91618954E+02	0.20614263E+03
0.87719300E+00	0.20996523E+03	0.93317887E+02	0.20996523E+03
0.89285713E+00	0.21361708E+03	0.94940929E+02	0.21361708E+03
0.90909089E+00	0.21777972E+03	0.96790993E+02	0.21777972E+03
0.92592594E+00	0.22189300E+03	0.98619115E+02	0.22189300E+03

0.94339628E+00	0.22628889E+03	0.10057285E+03	0.22628889E+03
0.96153855E+00	0.23096885E+03	0.10265283E+03	0.23096885E+03
0.98039222E+00	0.23564151E+03	0.10472957E+03	0.23564151E+03
0.10000000E+01	0.24059006E+03	0.10692892E+03	0.24059006E+03
0.10101010E+01	0.24315933E+03	0.10807082E+03	0.24315933E+03
0.10204082E+01	0.24589626E+03	0.10928723E+03	0.24589626E+03
0.10309278E+01	0.24805658E+03	0.11024738E+03	0.24805658E+03
0.10416667E+01	0.25054638E+03	0.11135396E+03	0.25054638E+03
0.10526316E+01	0.25259572E+03	0.11226477E+03	0.25259572E+03
0.10638298E+01	0.25423327E+03	0.11299257E+03	0.25423327E+03
0.10735956E+01	0.25585766E+03	0.11371452E+03	0.25585766E+03
0.10869565E+01	0.25700744E+03	0.11422554E+03	0.25700744E+03
0.10989011E+01	0.25840709E+03	0.11484760E+03	0.25840709E+03
0.11111112E+01	0.25953778E+03	0.11535013E+03	0.25953778E+03
0.11235956E+01	0.26067495E+03	0.11585554E+03	0.26067495E+03
0.11363637E+01	0.26208447E+03	0.11648199E+03	0.26208447E+03
0.11494253E+01	0.26324279E+03	0.11699680E+03	0.26324279E+03
0.11627907E+01	0.26482546E+03	0.11770021E+03	0.26482546E+03
0.11764706E+01	0.26633600E+03	0.11837156E+03	0.26633600E+03
0.11904762E+01	0.26768313E+03	0.11897029E+03	0.26768313E+03
0.12048193E+01	0.26916691E+03	0.11962975E+03	0.26916691E+03
0.12195122E+01	0.27070199E+03	0.12031200E+03	0.27070199E+03
0.12345679E+01	0.27259109E+03	0.12115160E+03	0.27259109E+03
0.12500001E+01	0.27399663E+03	0.12177629E+03	0.27399663E+03
0.12658228E+01	0.27559709E+03	0.12248760E+03	0.27559709E+03
0.12820514E+01	0.27730300E+03	0.12324579E+03	0.27730300E+03
0.12987014E+01	0.27903005E+03	0.12401336E+03	0.27903005E+03
0.13157895E+01	0.28107631E+03	0.12492281E+03	0.28107631E+03
0.13333334E+01	0.28300229E+03	0.12577880E+03	0.28300229E+03
0.13513514E+01	0.28473337E+03	0.12654817E+03	0.28473337E+03
0.13698630E+01	0.28654161E+03	0.12735183E+03	0.28654161E+03
0.13888889E+01	0.28868232E+03	0.12830326E+03	0.28868232E+03
0.14084507E+01	0.29068665E+03	0.12919407E+03	0.29068665E+03
0.14285716E+01	0.29281147E+03	0.13013844E+03	0.29281147E+03
0.14492754E+01	0.29494924E+03	0.13108856E+03	0.29494924E+03
0.14705883E+01	0.29735030E+03	0.13215570E+03	0.29735030E+03
0.14925373E+01	0.29955537E+03	0.13313573E+03	0.29955537E+03
0.15151515E+01	0.30216027E+03	0.13429346E+03	0.30216027E+03
0.15384617E+01	0.30434692E+03	0.13526531E+03	0.30434692E+03
0.15625000E+01	0.30703341E+03	0.13645930E+03	0.30703341E+03
0.15873017E+01	0.30974169E+03	0.13766298E+03	0.30974169E+03
0.16129032E+01	0.31234246E+03	0.13881888E+03	0.31234246E+03
0.16393442E+01	0.31502696E+03	0.14001199E+03	0.31502696E+03
0.16666666E+01	0.31797054E+03	0.14132025E+03	0.31797054E+03
0.16949154E+01	0.32101841E+03	0.14267486E+03	0.32101841E+03
0.17241380E+01	0.32402305E+03	0.14401025E+03	0.32402305E+03
0.17543860E+01	0.32716747E+03	0.14540778E+03	0.32716747E+03
0.17857143E+01	0.33064437E+03	0.14695306E+03	0.33064437E+03
0.18181818E+01	0.33402058E+03	0.14845360E+03	0.33402058E+03
0.18518519E+01	0.33754485E+03	0.15001994E+03	0.33754485E+03
0.18867926E+01	0.34118103E+03	0.15163602E+03	0.34118103E+03
0.19230771E+01	0.34500606E+03	0.15333603E+03	0.34500606E+03
0.19607844E+01	0.34930507E+03	0.15524671E+03	0.34930507E+03
0.20000001E+01	0.35338554E+03	0.15706025E+03	0.35338554E+03
0.20408164E+01	0.35783015E+03	0.15903563E+03	0.35783015E+03
0.20833334E+01	0.36154683E+03	0.16068749E+03	0.36154683E+03
0.21276596E+01	0.36362549E+03	0.16161134E+03	0.36362549E+03
0.21739131E+01	0.36408475E+03	0.16181545E+03	0.36408475E+03
0.22222224E+01	0.36395793E+03	0.16175909E+03	0.36395793E+03
0.22727274E+01	0.36372189E+03	0.16165418E+03	0.36372189E+03
0.23255814E+01	0.36374845E+03	0.16166599E+03	0.36374845E+03
0.23809525E+01	0.36369096E+03	0.16164044E+03	0.36369096E+03
0.24390244E+01	0.36367865E+03	0.16163496E+03	0.36367865E+03
0.25000001E+01	0.36367045E+03	0.16163132E+03	0.36367045E+03
0.25641028E+01	0.36371406E+03	0.16165070E+03	0.36371406E+03
0.26315790E+01	0.36361987E+03	0.16160884E+03	0.36361987E+03
0.27027028E+01	0.36373965E+03	0.16166208E+03	0.36373965E+03
0.27777778E+01	0.36364104E+03	0.16161825E+03	0.36364104E+03
0.28571431E+01	0.36362028E+03	0.16160902E+03	0.36362028E+03
0.29411766E+01	0.36368913E+03	0.16163962E+03	0.36368913E+03
0.30303030E+01	0.36362078E+03	0.16160925E+03	0.36362078E+03

0.31250001E+01	0.36362285E+03	0.16161016E+03	0.36362285E+03
0.32258064E+01	0.36363734E+03	0.16161661E+03	0.36363734E+03
0.33333333E+01	0.36363565E+03	0.16161585E+03	0.36363565E+03
0.34482759E+01	0.36359736E+03	0.16159884E+03	0.36359736E+03
0.35714285E+01	0.36354448E+03	0.16157533E+03	0.36354448E+03
0.37037038E+01	0.36352138E+03	0.16156507E+03	0.36352138E+03
0.38461542E+01	0.36350240E+03	0.16155663E+03	0.36350240E+03
0.40000001E+01	0.36397116E+03	0.16176497E+03	0.36397116E+03
0.41666667E+01	0.36336950E+03	0.16149757E+03	0.36336950E+03
0.43478261E+01	0.35696034E+03	0.15864905E+03	0.35696034E+03
0.45454548E+01	0.34689038E+03	0.15417351E+03	0.34689038E+03
0.47619050E+01	0.33639895E+03	0.14951065E+03	0.33639895E+03
0.50000002E+01	0.32500273E+03	0.14444566E+03	0.32500273E+03
0.52631580E+01	0.31231626E+03	0.13880724E+03	0.31231626E+03
0.55555557E+01	0.29826773E+03	0.13256344E+03	0.29826773E+03
0.58823532E+01	0.28249355E+03	0.12555270E+03	0.28249355E+03
0.62500001E+01	0.26483705E+03	0.11770536E+03	0.26483705E+03
0.66666665E+01	0.24478148E+03	0.10879177E+03	0.24478148E+03
0.71428570E+01	0.22195916E+03	0.98648522E+02	0.22195916E+03
0.76923084E+01	0.19532289E+03	0.86810178E+02	0.19532289E+03
0.83333335E+01	0.16403564E+03	0.72904735E+02	0.16403564E+03
0.90909095E+01	0.15167575E+03	0.67411447E+02	0.15167575E+03
0.10000000E+02	0.14044986E+03	0.62422162E+02	0.14044986E+03
0.11111111E+02	0.12554016E+03	0.55795632E+02	0.12554016E+03
0.12500000E+02	0.10721938E+03	0.47653063E+02	0.10721938E+03
0.14285714E+02	0.83435477E+02	0.37082436E+02	0.83435477E+02
0.16666667E+02	0.53268637E+02	0.23674951E+02	0.53268637E+02
0.20000001E+02	0.96155135E+01	0.42735618E+01	0.96155135E+01
0.25000000E+02	0.37663702E+00	0.16739424E+00	0.37663702E+00
0.33333334E+02	0.29917136E+00	0.13296506E+00	0.29917136E+00
0.50000001E+02	0.11972164E+00	0.53209622E-01	0.11972164E+00
0.10000000E+03	0.43446725E-01	0.19309657E-01	0.43446725E-01

ERROS COMETIDOS NA SUAVIZAÇÃO DO ESPECTRO DE POTÊNCIA:

Movimento 1 (%)	Movimento 2 (%)	Movimento 3 (%)
0.00000	0.00000	0.00000

AVALIAÇÃO DA COMPATIBILIDADE DO ESPECTRO DE POTÊNCIA:

Movimento 1 (%)	Movimento 2 (%)	Movimento 3 (%)
0.00002	0.00002	0.00002